المعهد العربي للتدريب والبحوث الإحصائية
Arab Institute for Training and Research in Statistics

دورة تدريبية متوسطة المدى حول

تصميم العينات ومنهجيات المسوح في الاحصاءات الرسمية

10 مايو / ايار – 5 تموز / يوليو 2022

التوزيعات الاحتمالية

محاضرة رقم 1

د. حسان أبو حسان

www.aitrs.org
info@aitrs.org

لمحة تاريخية عن استخدام الاحصائيات

<u>فى العصور القديمة:</u>

- إن تاريخ الإحصائيات الرسمية قديم جدًا بالفعل:
- في العصور البابلية أجريت التعدادات الزراعية. حدث هذا بعد وقت قصير من اختراع الكتابة.
- أحصت الصين القديمة شعبها لتحديد الإيرادات والقوة العسكرية لمحافظاتها.
- هناك أيضا إحصائية عامة جمعها حكام مصر قبل المسيح بزمن طويل.
- أجرت روما بانتظام تعداد الناس والممتلكات. تم استخدام البيانات لتحديد الوضع السياسي للمواطنين ولتقييم التزاماتهم العسكرية والضريبية للدولة.

لمحة تاريخية عن استخدام الاحصائيات

<u>فى العصور القديمة:</u>

- إن تاريخ الإحصائيات الرسمية قديم جدًا بالفعل:
- في العصور البابلية أجريت التعدادات الزراعية. حدث هذا بعد وقت قصير من اختراع الكتابة.
- أحصت الصين القديمة شعبها لتحديد الإيرادات والقوة العسكرية لمحافظاتها.
- هناك أيضا إحصائية عامة جمعها حكام مصر قبل المسيح بزمن طويل.
- أجرت روما بانتظام تعداد الناس والممتلكات. تم استخدام البيانات لتحديد الوضع السياسي للمواطنين ولتقييم التزاماتهم العسكرية والضريبية للدولة.

لمحة تاريخية عن استخدام الاحصائيات

فى العصور القديمة:

- إن تاريخ الإحصائيات الرسمية قديم جدًا بالفعل:
- في العصور البابلية أجريت التعدادات الزراعية. حدث هذا بعد وقت قصير من اختراع الكتابة.
- أحصت الصين القديمة شعبها لتحديد الإيرادات والقوة العسكرية لمحافظاتها.
- هناك أيضا إحصائية عامة جمعها حكام مصر قبل المسيح بزمن طويل.
- أجرت روما بانتظام تعداد الناس والممتلكات. تم استخدام البيانات لتحديد الوضع السياسي للمواطنين ولتقييم التزاماتهم العسكرية والضريبية للدولة.

فى العصور الوسطى:

كانت التعدادات نادرة في العصور الوسطى. أشهرها كان:

- تعداد إنجلترا بأمر من وليام الفاتح ، ملك إنجلترا في عام 1086 م. تم تسجيل ثروة من المعلومات حول كل قصر وكل قرية في البلد. كان يوجد معلومات حول أكثر من 13000 مكان ، وفي كل مقاطعة كان هناك جمع لأكثر من 10000 حقيقة.
  - لجمع كل هذه البيانات ، تم تقسيم البلاد إلى عدد من المناطق ، وتم تعيين مجموعة من المفوضين في كل منطقة من بين اللوردات الكبار.تم التعامل مع كل مقاطعة داخل المنطقة بشكل منفصل.
  - عقدت الجلسات في كل مدينة في كل مقاطعة. استدعى المفوضون جميع المطلوبين للمثول أمامهم.
  - لقد أعدوا قائمة معيارية من الأسئلة. على سبيل المثال ، كان هناك أسئلة حول مالك القصر وعدد الأحرار والعبيد والمساحة من الغابات والمراعي والمرج ، عدد المطاحن وأحواض الأسماك ، إجمالي القيمة ، واحتمالات الحصول على المزيد من الأرباح.
  - جمعت هذه البيانات في كتاب سمي «يوم القيامة»، لا يزال كتاب يوم القيامة موجودًا وتتوفر العديد من ملفات بيانات المقاطعات على قرص مضغوط أو الإنترنت.

- تم إجراء تعداد مبكر أيضًا في كندا عام 1666. جان تالون ، المراقب (حاكم) فرنسا الجديدة ، أمر بإجراء تعداد رسمي للمستعمرة لقياس زيادة عدد السكان منذ تأسيس كيبيك عام 1608.والتي سجلت ما مجموعه 3215 شخصًا ، تم في هذا التعداد جمع بيانات عن الاسم والعمر والجنس والحالة الاجتماعية والمهنة لكل شخص.
- أجريت التعدادات المبكرة في أوروبا في بلدان الشمال الأوروبي: أول تعداد في السويد وفنلندا في عام 1746

بعض التطورات المبكرة في المسوح بالعينات

- أول محاولة معروفة للإدلاء ببيانات حول السكان من خلال دراسة جزء (عينة) تمت بواسطة التاجر الإنجليزي (1620 -1674) John Graunt
- .في كتابه الشهير (Graunt، (1662)يصف طريقة لتقديرسكان لندن بناءً على معلومات جزئية.
- قام Graunt بمسح العائلات في عينة من الأبرشيات التي تحتفظ بسجلات بشكل جيد.
- وجد أنه في المتوسط هناك 3 مدافن في السنة في 11 عائلة.
- على افتراض هذا تكون النسبة ثابتة إلى حد ما لجميع الأبرشيات ، ومعرفة العدد الإجمالي للمدافن سنويا في لندن 13000 ،
- استنتج أن العدد الإجمالي لعدد العائلات في لندن حوالي 48000.
- وبوضع متوسط حجم الأسرة 8 ، قدر عدد سكان لندن بـ 384.000.
- وبما أن هذه الطريقة تفتقر إلى الأساس العلمي، لم يستطع جون غرانت الإدلاء بأي تصريحات حول دقة النتائج.

ما هو توزيع المعاينة

مقدمة

تتضمن عملية الاستدلال الإحصائي استخدام المعلومات من عينة لاستخلاص استنتاجات حول المجتمع.

العينات العشوائية المختلفة تعطي إحصائيات مختلفة. نحتاج إلى أن نكون قادرين على وصف توزيع العينات للقيم الإحصائية المحتملة من أجل أداء الاستدلال الإحصائي.

يمكننا التفكير في الإحصاء كمتغير عشوائي لأنه يأخذ قيمًا رقمية تصف نتائج عملية أخذ العينات العشوائية. لذلك ، يمكننا فحص توزيعها الاحتمالي.

ما هو توزيع المعاينة ؟

المعلمات والإحصاء

عندما نبدأ باستخدام بيانات العينة لاستخلاص استنتاجات حول عدد أكبر من السكان ، يجب أن نكون واضحين بشأن ما إذا كان الرقم يصف عينة أو المجتمع.

تعريف:

المعلمة هي رقم يصف بعض خصائص المجتمع. في الممارسة الإحصائية ، عادةً ما تكون قيمة المعلمة غير معروفة لأننا لا نستطيع فحص المجتمع بأكمله.

الإحصاء هو الرقم الذي يصف بعض خصائص العينة. يمكن حساب قيمة الإحصاء مباشرة من بيانات العينة. غالبًا ما نستخدم الإحصاء لتقدير معلمة غير معروفة.

تذكر: تأتي الإحصائيات من عينات والمعلمات تأتي من المجتمع

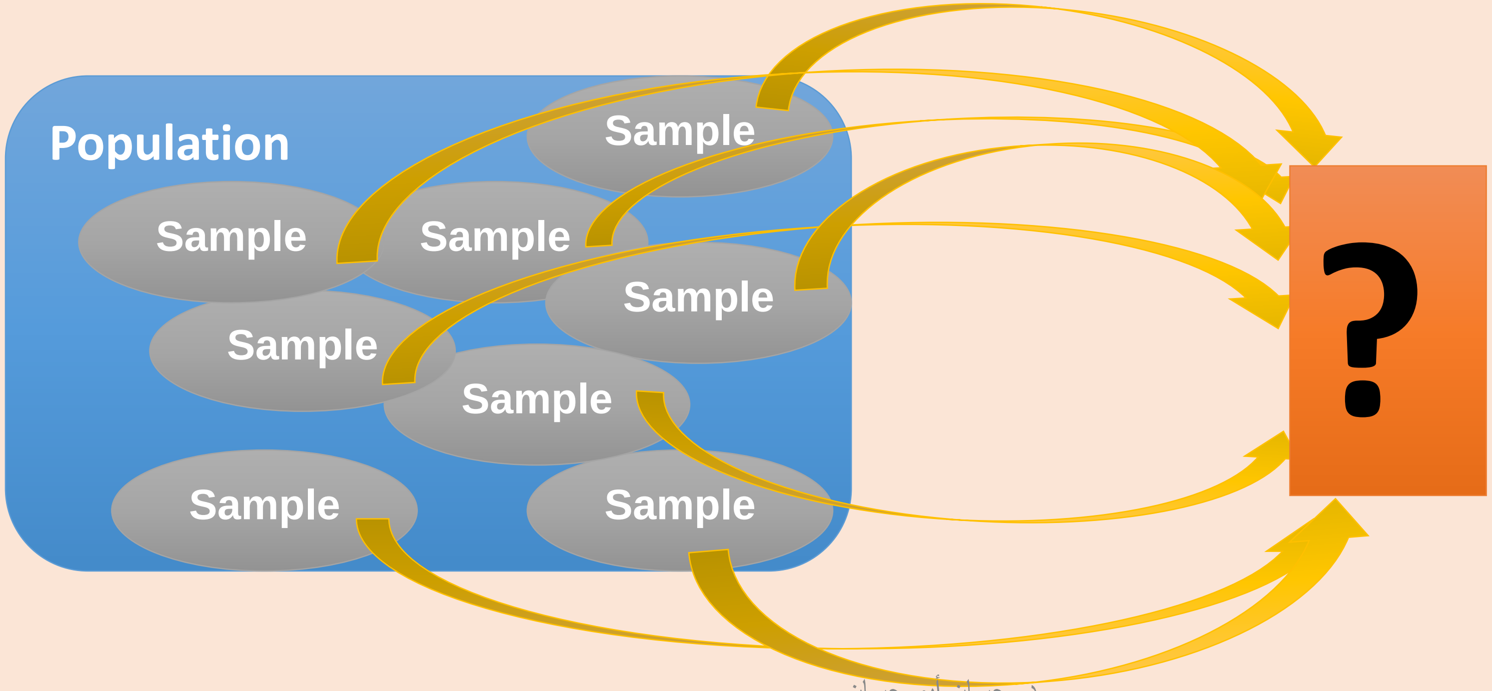
نستخدم الحرف اليوناني μ للرمز لمتوسط المجتمع ونستخدم $\bar{X}$ للرمز لمتوسط العينة
نستخدم الحرف P للرمز للنسبة المحسوبة من المجتمع والرمز $\hat{P}$ للدلالة على النسبة المحسوبة من العينة

تباين واختلاف العينات

كيف يمكن لمتوسط العينة $\bar{X}$ أن يكون تقديرا دقيقا لمتوسط المجتمع μ ؟ في حين أن العينات المختلفة ينتج عنها قيم مختلفة ل $\bar{X}$

هذه الحقيقة الأساسية تسمى تباين العينة: تختلف قيمة الإحصاء في أخذ العينات العشوائية المتكررة.لفهم تباين العينات ، نسأل ، "ماذا سيحدث إذا أخذنا العديد من العينات؟"

ما هو توزيع المعاينة



توزيع المعاينة

تعريف:

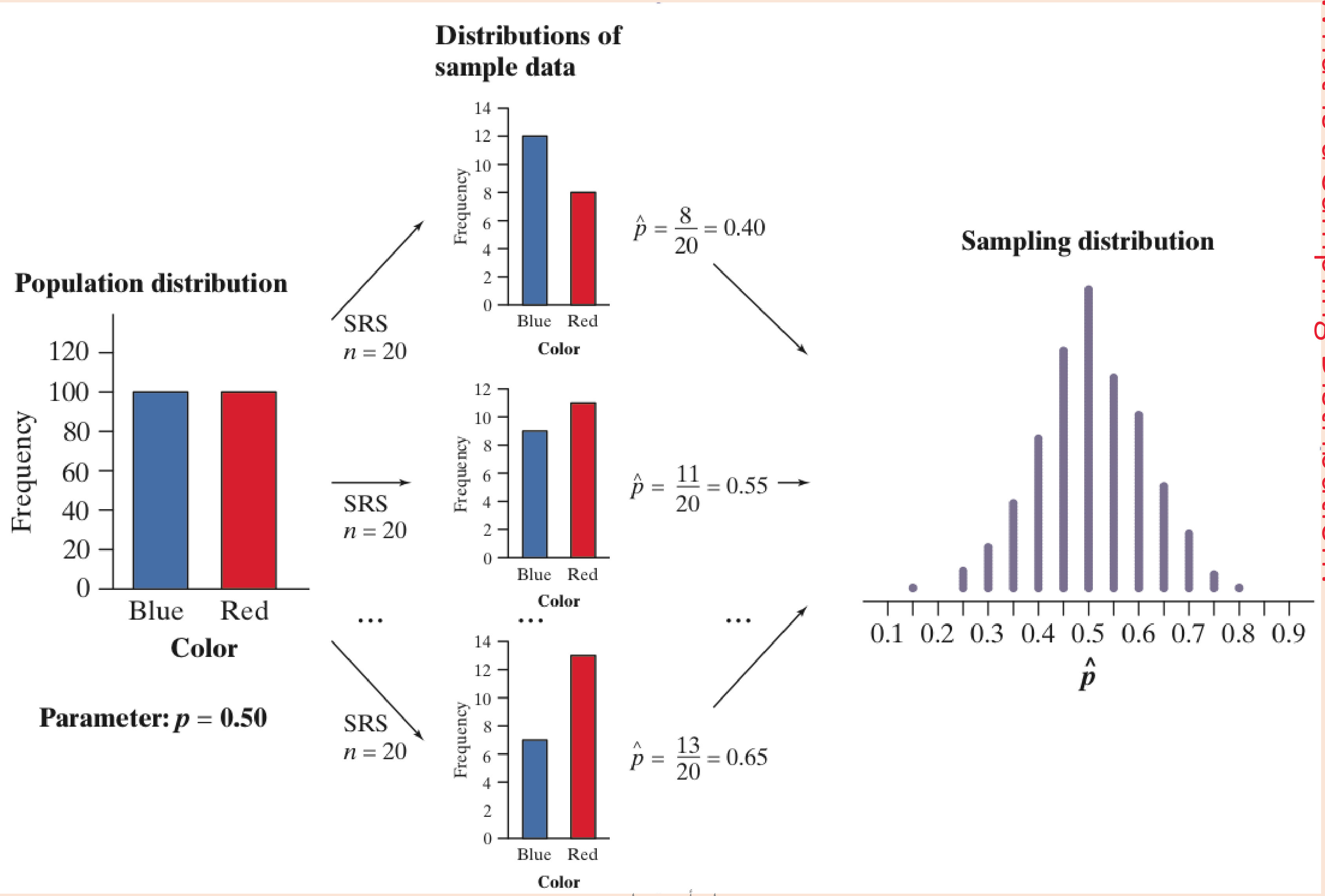
توزيع المعاينة للإحصاء هو توزيع القيم المأخوذة بواسطة الإحصاء في جميع العينات الممكنة من نفس الحجم من نفس المجتمع.

ما هو توزيع المعاينة

من الناحية العملية ، من الصعب أخذ جميع العينات الممكنة من الحجم n للحصول على التوزيع الفعلي لأخذ العينات للإحصاء. بدلاً من ذلك ، يمكننا استخدام المحاكاة لتقليد عملية أخذ العديد والعديد من العينات.أحد استخدامات نظرية الاحتمالات في الإحصاء هو الحصول على توزيعات المعاينة بدون محاكاة. سوف نصل إلى النظرية لاحقًا.

- **توزيع المجتمع و توزيع المعاينة Population distribution and Sampling distribution**
- هناك في الواقع ثلاثة توزيعات متميزة عندما نقوم بأخذ عينات بشكل متكرر وقياس متغير الاهتمام.
- يعطي توزيع المجتمع قيم المتغير لجميع الأفراد في المجتمع.
- يوضح توزيع بيانات العينة قيم المتغير لجميع الأفراد في العينة.
- يُظهر توزيع المعاينة القيم الإحصائية من جميع العينات الممكنة من نفس الحجم من المجتمع.

What Is a Sampling Distribution?



مفاهيم وتعريفات

- مجتمع الدراسة (**المجتمع**) **Population**: هو عناصر مجموعة التي تشترك في خاصية مشتركة
- **العينة** **Sample**: هي مجموعة جزئية من المجتمع
- المعلمة **Population Parameter**: المقياس أو المؤشر المحسوب من بيانات المجتمع
- إحصاء العينة **Sample Statistic**: المقياس أو المؤشر المحسوب من بيانات العينة
- **البيانات** **Data**: حقائق أو أرقام ، حول العناصر في المجتمع
- **المتغيرات** **Variables (Attributes)**: خصائص العنصر التي تختلف (تتباين) بين العناصر

• **مثال:** بيانات العملين في أحد مراكز الاحصاء الوطنية

المشاهدة \ العنصر	العمر	النوع	عدد أفراد الأسرة
1	27	أنثى	6
2	24	ذكر	3
:	:	:	:
N	35	أنثى	4

- في المثال السابق:
- المجتمع هو: العاملين في أحد مراكز الاحصاء الوطنية
- المتغيرات:
  - **العمر** (وهو متغير عددي كمي متصل Continuous Quantitative variable)
  - **النوع** (وهو متغير نوعي أو فئوي Qualitative or Categorical variable)
  - **عدد أفؤاد الأسرة** (وهو متغير عددي كمي منفصل أو متقطع Discrete Quantitative Variable)

- البيانات: هي الارقام والحقائق حول عمر، نوع و عدد أراد الأسرة في المجتمع المذكور.

- في المثال السابق يعتبر:
  - كل سطر (صف) مشاهدةً
  - كل عمود متغيراً
  - جميع الجدول مجموعة بيانات

التجارب الاحصائية والمتغيرات العشوائية
Experiments and Random Variables

- **التجربة الإحصائية**: عملية تؤدي إلى نتائج واضحة المعالم
- مثال1: اختيار أسرة عشوائيا وملاحظة عدد أفرادها
  - هنا النتائج الممكنة هي {0, 1, 2,…, 20} وهذه المجموعة تسمى <u>فضاء العينة</u>
  - وهي معروفة قبل إجراء التجربة
  - لكن أي منها سيكون للأسرة التي سيتم اختيارها فهذا غير محدد مسبقا ويخضع لعلم الاحتمالات
- مثال2: اختيار شخص في القوى العاملة وملاحظة الحالة العملية له/لها
  - هنا النتائج الممكنة هي: عامل، عاطل عن العمل {Employed, Unemployed}

- **المتغير العشوائي** : هو و صف عددي لنتائج تجربة إحصائية
- يرمز له عادة بالأحرف الإنجليزية الكبيرة مثل: X, Y,...
- في المثال1 أعلاه: المتغير العشوائي هو «عدد أفراد الأسرة»
- في المثال2 أعلاه: المتغير العشوائي هو متغير ثنائي الحدين ويأخذ القيم 0، أو 1
  - إذا كان الشخص عاملا فتكون قيم المتغير 1
  - وإذا كان الشخص عاطلا عن العمل فتكون قيمة المتغير 0

- سؤال: إذا اخترنا شخصا في سن العمل، فما هو احتمال أن يكون «عاطلا عن العمل»
- سؤال: إذا اخترنا شخصا فما هو احتمال أن يكون عدد أفراد أسرته 4

Probability Distributions التوزيعات الاحتمالية

- للإجابة عن السؤالين السابقين، لا بد من التعرف على «التوزيعات الاحتمالية»
- لكل متغير عشوائي يوجد توزيع احتمالي
- التوزيع الاحتمالي للمتغير هو دالة Function، أو جدول يبين جميع القيم الممكنة للمتغير العشوائي واحتمال كل منها
- مثال

عدد أفراد الأسرة	عدد الأسر	النسبة
0	5	0.03
1	10	0.05
2	20	0.10
3	40	0.20
4	55	**0.28**
5	35	0.18
6+	35	0.18
الجملة	**200**	**1.00**

التوزيعات الاحتمالية

Probability Distributions

التوزيعات الاحتمالية
Probabilities Distributions

- التوزيعات الاحتمالية المتقطعة
  - توزيع ذى الحدين **Binomial Distribution**
- التوزيعات الاحتمالية المتصلة
  - التوزيع الطبيعي **Normal Distribution**

التوزيعات الاحتمالية المتقطعة - توزيع ذى الحدين
Binomial Distribution

- كثير من التجارب العشوائية يكون لها نتيجتين فقط
  - النتيجة الأولى نجاح **Success**
  - النتيجة الأخرى فشل **Failure**
- عند اختيار عينة عشوائية ممن هم في سن العمل
  - النجاح هنا هو أن يكون الشخص ضمن قوة العمل **In Labor Force**
  - الفشل هنا هو أن يكون الشخص خارج قوة العمل **Out Labor Force**
- عند اختيار عينة عشوائية من الأسر
  - النجاح هنا هو أن تكون الأسرة تحت خط الفقر
  - الفشل هنا هو أن تكون الأسرة فوق خط الفقر

ملاحظة

- نلاحظ من الأمثلة السابقة أن الاحصائيات التي على شكل نسب Proportions تكون مبنية على متغير عشوائي ذي حدين

التوزيعات الاحتمالية المتقطعة - توزيع ذى الحدين

- **تعريف تجربة ذات الحدين Binomial Experiment**
- تتكون التجربة من عدد n من المحاولات المتطابقة
- كل محاولة لها نتيجتين فقط ونرمز لهما بالرمز S (نجاح) و F (فشل)
- كل المحاولات مستقلة أى أن نتيجة أى محاولة ليس لها أى تأثير على نتائج المحاولات الأخرى
- إحتمال النجاح واحتمال الفشل يظل ثابتا فى كل محاولة وهو p و q حيث $p + q = 1$

التوزيعات الاحتمالية المتقطعة - توزيع ذى الحدين
Binomial Distribution

B(n, p)

- إذا عرفنا المتغير العشوائى X بأنه عدد مرات النجاح فى n من محاولات برنولى فإن قيم X الممكنة هى 0, 1, 2, 3, ..., n
- يكون للمتغير X توزيع يسمى توزيع ذى الحدين الاحتمالى وله الشكل العام

$$p(X=x)=\binom{n}{x}p^{x}q^{n-x}\quad,\qquad x=0,1,2,\ldots,n$$

حيث $p + q = 1$

مفكوك ذى الحدين

$$(p+q)^{n}=\sum_{x=0}^{n}\binom{n}{x}p^{x}q^{n-x}$$

توزيع ذى الحدين - Binomial Distribution

مثال

إذا كان 20% (1/5) من الأسر في منطقة ما تعيش تحت خط الفقروتم اختيار عينة عشوائية من 10 أسر، جد ما يلي:

1- ما هو احتمال وجود أسرتين على الأكثر في العينة تحت خط الفقر

2- احتمال وجود أسرة واحدة فقط في العينة تحت خط الفقر

الحل

X متغير عشوائى يمثل عدد الأسر التي وجدت في العينة تعيش تحت خط الفقر

$n = 10,\ \ p = 1/5,\ q = 4/5\ ; \quad x = 0, 1, 2, \ldots, 10$

$$p(X=x)\binom{10}{x}(1/5)^{x}(4/5)^{10-x}\quad,\qquad x=0,1,2,\ldots,10$$

1- احتمال وجود أسرتين على الأكثر في العينة تحت خط الفقر

أى إحتمال x = 0 or x = 1 or x = 2

$$P(X\leq 2) = p(X=0) + p(X=1) + p(X=2)$$

$$=\binom{10}{0}(1/5)^{0}(4/5)^{10}+\binom{10}{1}(1/5)^{1}(4/5)^{9}$$

$$+\binom{10}{2}(1/5)^{2}(4/5)^{8}$$

$$=(0.8)^{10}+2(0.8)^{9}+1.8(0.8)^{8}=0.6778$$

$$p(X=x)\binom{10}{x}(1/5)^{x}(4/5)^{10-x}\quad,\qquad x=0,1,2,\ldots,10$$

2- احتمال وجود أسرة واحدة فقط في العينة تحت خط الفقر

أى إحتمال x = 1

$$P(X=1)=\binom{10}{1}(1/5)^{1}(4/5)^{9}$$

$$=0.268$$

توزيع ذى الحدين - Binomial Distribution

نظرية 1

إذا كان للمتغير X توزيع ذى الحدين فإن

التوقع: $E(X) = np$

التباين : $Var(X) = npq$

توزيع ذى الحدين - Binomial Distribution

مثال 2

إحسب التوقع والتباين إذا كان X له التوزيع B(10, 0.2)

الحل

$$E(X) = np = 10(0.2) = 2$$

$$Var(X) = npq = 10(0.2)(0.8) = 1.6$$

التوزيع الطبيعي
Normal Distribution

التوزيع الطبيعى Normal Distribution

- تعريف التوزيع الطبيعى
  - يقال أن المتغير العشوائى المتصل **X** له توزيع طبيعى إذا كانت دالة كثافته الاحتمالية كما يلي:ة

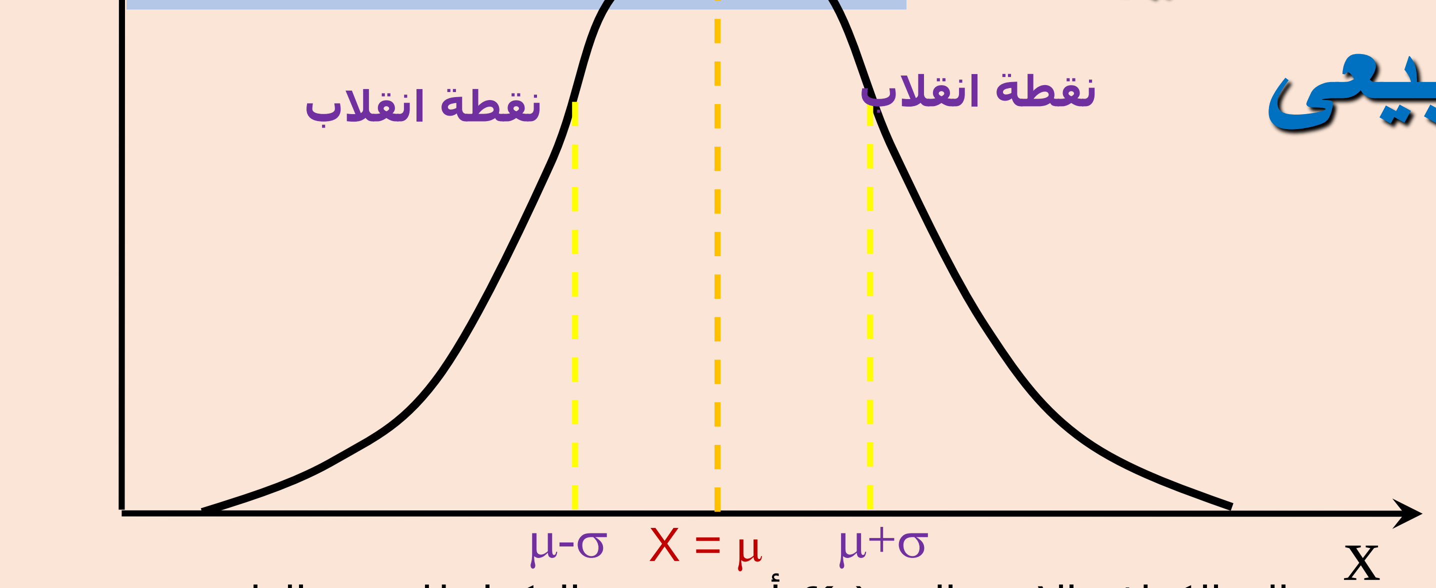
$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- ❖ وهى دالة منحن له شكل الجرس متماثل حول المحور $X = \mu$ حيث:
- ❖ π عدد ثابت يساوى تقريبا 3.1416
- ❖ e عدد ثابت يساوى تقريبا 2.7183
- ❖ μ هى القيمة المتوقعة لـ **X** يمكن أن يكون أى عدد حقيقى $E(X) = \mu$
- ❖ σ^2 هو التباين لـ **X** ويمكن أن يكون أى عدد حقيقى موجب $Var(X) = \sigma^2$

- ❖ وهذه الدالة تحدد تماما متى علمت المعلمات μ, σ
- ❖ ونقول أن **X** له توزيع طبيعى بتوقع μ وتباين σ^2
- ❖ وتكتب $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

خصائص التوزيع الطبيعى

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

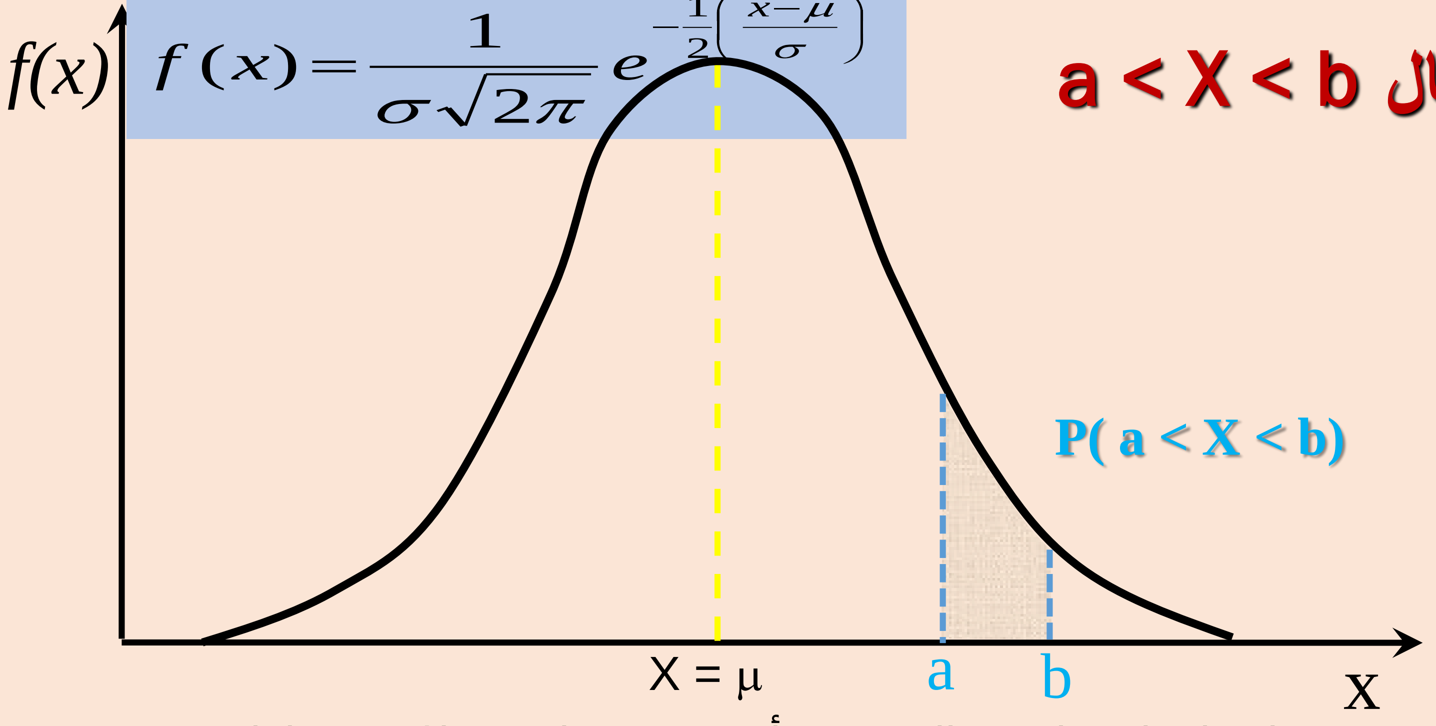


دالة الكثافة الاحتمالية $f(x)$ أو منحنى التكرار للتوزيع الطبيعى

- المنحنى متماثل حول خط المستقيم $X = \mu$
- المحور X هو خط تقاربى للمنحنى الطبيعى
- المنوال والوسيط والوسط الحسابى متساوية وتساوى μ والتباين يساوى σ^2
- نقط انقلاب المنحنى (Inflection Point) هى : $x = \mu - \sigma$, $x = \mu + \sigma$
- المساحة الكلية تحت المنحنى الطبيعى تساوى **الواحد** الصحيح
- نسبة المساحة بين
  - $x = \mu - \sigma$, $x = \mu + \sigma$ هى 68.27%
  - $x = \mu - 2\sigma$, $x = \mu + 2\sigma$ هى 95.5%
  - $x = \mu - 3\sigma$, $x = \mu + 3\sigma$ هى 99.7%

حساب احتمال a < X < b

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



دالة الكثافة الاحتمالية ***f(x)*** أو منحنى التكرار للتوزيع الطبيعى

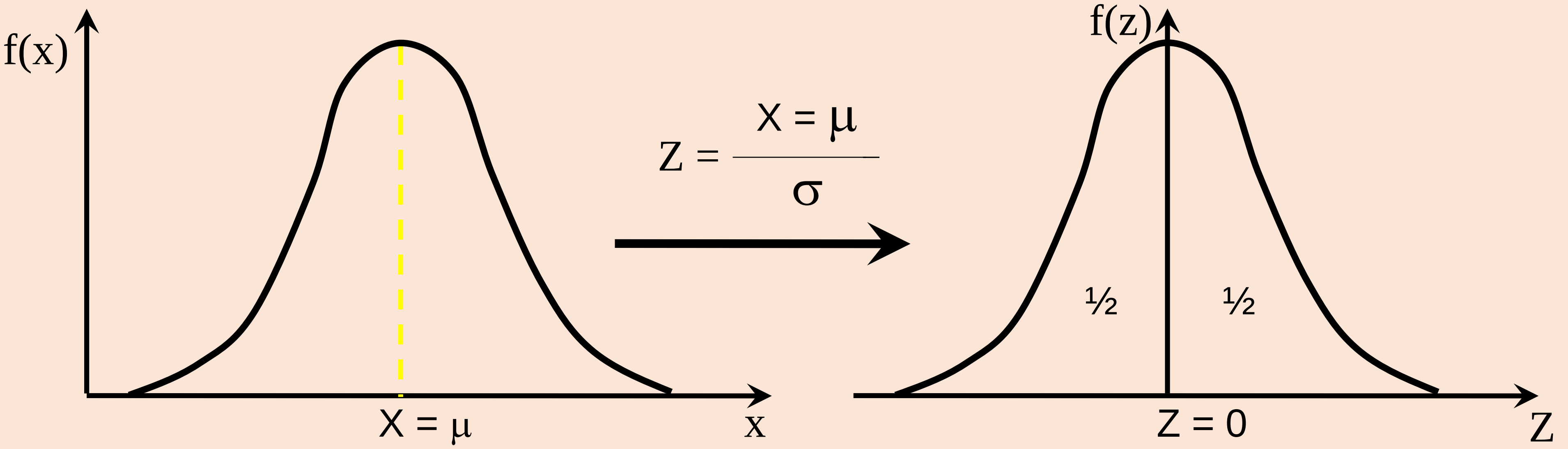
- نحتاج لحساب التكامل الآتى:

$$P(a<X<b)=\int_a^b f(x)\,dx$$

$$=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_a^b e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}dx$$

- وهو تكامل يصعب حسابه بالطرق العادية، ولكن يمكن تقريبه باستخدام متسلسلة ماكلورين، ويلزم حسابه فى كل مرة عند حساب احتمال معين ولذلك وتجنبا لتكرار المجهود يتم عمل تحويل المنحنى المتماثل حول $X = \mu$ إلى منحنى متماثل حول $Z = 0$

تحويل المتغير الطبيعى X إلى المتغير Z (معايرة)



- **التوزيع الطبيعى المعيارى:**

يقال أن المتغير العشوائى Z له توزيع طبيعى إذا كانت دالة الكثافة له هى :

$$f(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}} \quad , -\infty<z<\infty$$

$$\Phi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z}e^{-\frac{u^2}{2}}du$$

خصائص التوزيع الطبيعى المعيارى:

1- الدالة $f(z) \geq 0$ لجميع قيم Z

2- الدالة f(z) دالة زوجية فى Z

3- الدالة f(z) لها قيمة عظمى عند القيمة Z = 0

4- E(Z) = 0 وتباين Z هو الواحد الصحيح Var(Z) = 1

التوزيع الطبيعي Normal Distribution

- **مثال 2**

إذا كان z متغير عشوائى له التوزيع الطبيعى المعيارى. إحسب الاحتمالات الآتية:

1. P(Z < 1.2)
2. P(Z < -0.11)
3. P(0.32 < Z < 1.24)
4. P(Z< -0.15)

الحل

1. P(Z < 1.2)

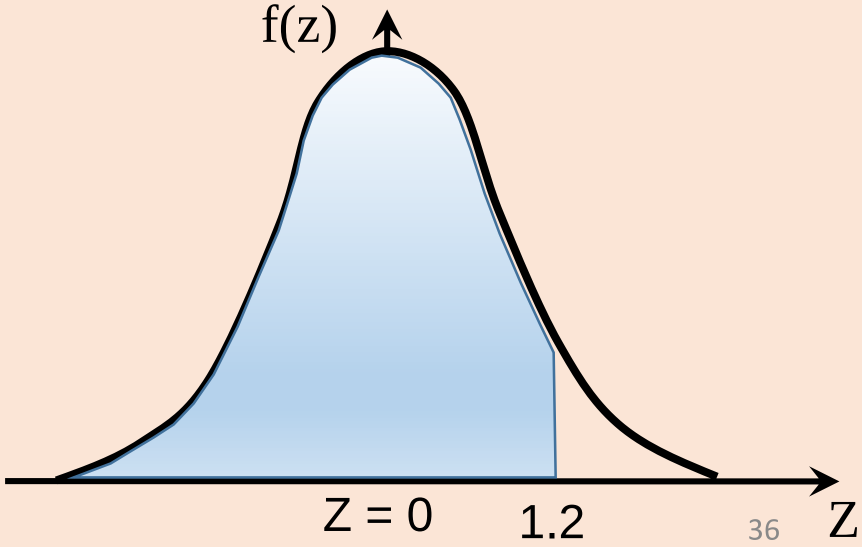
يمثل هذا الاحتمال المساحة المظللة تحت المنحنى

ويتم إيجاد هذه المساحة (الاحتمال) من جدول احصائى محسوب التكاملات فيه مسبقا لتوفير مجهود الحسابات كما هو موضح بالجدول

1. P(Z < 1.2) = 0.8849

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05			0.09
0.0		.5040							
0.1									
0.2									
1.2	.8849					.8944			

$$\Phi(1.2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{1.2} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$



التوزيع الطبيعى Normal Distribution

مثال 4

إذا كانت درجات حاصل الذكاء تتوزع طبيعيا بمتوسط يساوى 100 وانحراف معيارى يساوى 15، فما نسبة الناس ذوى درجة الذكاء:

أ- فوق 125.

ب- لنفرض أن الحكومة تقدم تعليما خاصا للخمسة فى المائة الأدنى فى حاصل ذكائهم. وتقدم تعليما جامعيا مجانيا للسبعة فى المائة الأعلى فى حاصل ذكائهم. أوجد القيم المعيارية المقابلة لهذه النسب ثم استنتج الحدود الفاصلة فى درجات حاصل الذكاء لأولئك الذين يتطلبون تعليما خاصا، ولأولئك الذين يدخلون الجامعة بمنحة حكومية.

الحل

لنرمز لدرجة حاصل الذكاء بـ X فلدينا بالفرض أن $X \sim N(100, 15^2)$

وبفرض أن $Z = (X - 100)/15$ فإن $Z \sim N(0, 1)$ والمطلوب :

أ- فوق 125

$$P(X > 125) = P(Z > (125-100)/15) = P(Z > 1.67)$$

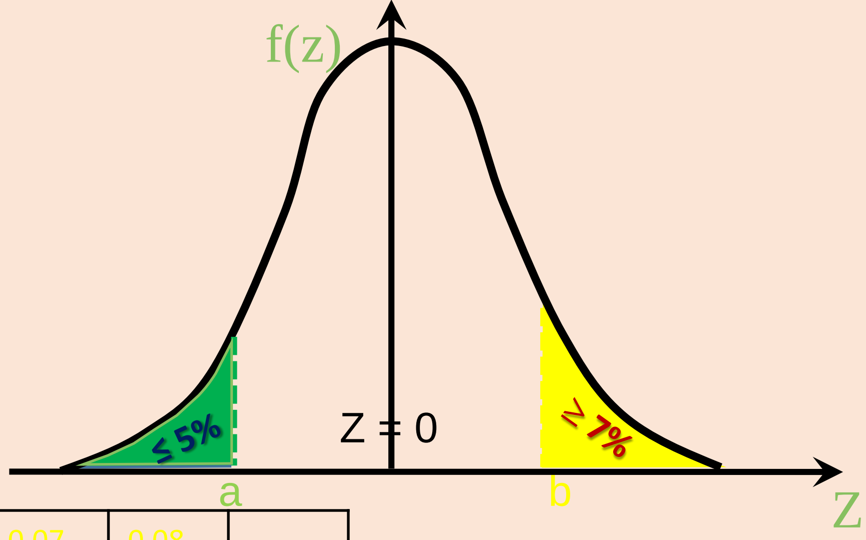
$$= 1 - P(Z < 1.67)$$

$$= 1 - \Phi(1.67)$$

$$= 1 - 0.9525 = 0.0475$$

والنسبة المطلوبة هى 4.75 %

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad \Rightarrow \quad X = \mu + Z\sigma$$



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	
0.0		.5040								
0.1		.5438								
1.4								.9292	.9306	
1.6	.9772				.9495	.9505				

لنفرض أن القيمة المعيارية المقابلة لنسبة التعليم الخاص هى a
والمقابلة لنسبة التعليم الجامعى بمنحة حكومية هى b

$- a = 1.645 \rightarrow a = - 1.645 \Rightarrow X = \mu + a\sigma = 100 + 15(-1.645) = 75$

$b = 1.475 \qquad \Rightarrow X = \mu + b\sigma = 100 + 15(1.475) = 122$

ويكون الحد الأعلى لدرجة حاصل الذكاء لأولئك الذين يتطلبون تعليما خاصا، مقربا لأقرب عدد صحيح هو 75

ويكون الحد الأدنى لدرجة حاصل الذكاء لأولئك الذين يدخلون الجامعات بمنحة حكومية، مقربا لأقرب عدد صحيح هو 122

Referencies

- https://www.middleboro.k12.ma.us
- Jelke Bethlehem (2009). The rise of survey sampling, Discussion Paper. Statistics Netherlands