المعهد العربي للتدريب والبحوث الاحصائية -عمان

دورة حول
تقديرات المجالات او المناطق الصغيرة

Model-Based Small Area Estimation
14-6 to 8-7, 2021

الدكتور عبدالحكيم عبدالحي عيده
استاذ مشارك في احصاءات ومنهجيات المسوح
جامعة القدس -ابو ديس -فلسطين
a.eideh.3s@gmail.com
00970599662851

اليوم الاول - الثلاثاء 15-06-2021

التقديرات المباشرة

المحتويات

مصطلحات اساسية في تقدير المناطق الصغيرة

المجال: مجموعة جزئية من المجتمع

- **التجمع السكاني: ريف وحضر ومخيمات**

المناطق الصغيرة (او المجال الجزئي الصغير)

- **مجال يكون فيه حجم العينة صغير (احيانا حجم عينة المجال تساوي صفر)**

المجال (المنطقة) يعتبرصغيرا اذا كان عينة المجال المحدد ليست كبيرة نسبيا لانتاج تقديرات مباشرة بدقة كافية.

مصادر احصاءات المناطق الصغيرة

- **تعداد السكان والمساكن والمنشئات**

- **الحكومة المحلية (الاقليم، القرية) تنفذ المسح الخاص لجمع بيانات**

- **تصميم مسوحات (العينة) عالمية لتزويدنا بتقديرات المناطق الصغيرة (حجم عينة كافي)**

- **استخدام تقنيات التقدير والتي تعطي احصاءات موثوقة وذلك بدمج مصادر البيانات المتوفرة بطريقة معينة لتقدير المناطق الصغيرة**

يوجد مشكلتين:

- **كيفية انتاج تقديرات موثوقة (بدقة كبيرة) لمتغير المسح (المعدلات، العدد الكلي، الوسيط، الربيعات،...) للمناطق او المجالات الصغيرة، بالاعتماد على عينة صغيرة جدا (اوعينة حجمها صفرا)**
- **كيفية حساب خطا التقدير**

الاتجاة عالمي الانتسار

- **الحاجة متزايدة في المجتمعات والجمعيات للاحصاءات الرسمية في المناطق و المجالات.**

تقدير هورفتس وثومبسون

Horvitz –Thompson Estimator

المدرسة المعتمدة على تصميم المعاينة

مقدمة

- $\boldsymbol{U} = \{\mathbf{1}, \ldots, \boldsymbol{N}\}$ - مجتمع احصــائي منتهي وحقيقي حجمه $\boldsymbol{N}$. (ثابت و منتهي)

- $\boldsymbol{y}$ - متغير المسح او الهدف او الدراسة.

- $\boldsymbol{y_i}$ - قيمة متغير المسح $\boldsymbol{y}$ للوحدة $\boldsymbol{i} \in \boldsymbol{U}$.

- الهدف: تقدير معلمة المجتمع الإحصائي المنتهي - عبارة عن اقتران حقيقي في جميع قيم وحدات عناصر المجتمع.

- (ا) المجموع الكلي للمجتمع:

$$Y = \sum_{i=1}^{N} y_i$$

- (ب) المعدل أو الوسط الحسابي للمجتمع:

$$\bar{Y} = N^{-1} \sum_{i=1}^{N} y_i$$

- في معـاينـة المجتمعـات المنتهيـة غـالبـا قيم المتغير المســـــاعـد x: $x_1, \ldots, x_N$ معلومة لجميع وحدات المعاينة في المجتمع وتكون جاهزة للاستعمال قبل المعاينة.

- ان المتغير المســاعد ذو الارتباط الكبير نســبيا مع متغير المســح y يساعد في انجاز تقديرات لمعالم المجتمع المنتهي بدقة عالية.

- المتغير المســـاعد x يمكن التعامل معه على انه مقياس حجم وحدة المعاينة.

المعاينة المتناسبة مع الحجم بدون الارجاع
تقدير هورفتس وثومبسون

(1)احتمالات الانتماء من الرتبة الأولى:

$$\pi_i = P(i \in S)$$

- حيث $i \ni S$ ترمز الى الحدث: كل العينات S التي تحتوي وحدة المعاينة i.

- S عينة احتمالية اذا كان $\pi_i > 0$ لجميع $i = 1, \dots, N$. ما عدا ذلك تسمى العينة S عينة غير احتماليه.

- تقديرهورفتس و ثومبسون ل $Y = \sum_{i=1}^{N} y_i$:

$$\hat{Y}_{HT} = \sum_{i=1}^{n} w_i y_i$$

- حيـث ان $w_i = 1/\pi_i$ هو وزن وحـدة المعـايـنـة i لكـل $i = 1, \cdots, N$

- $\hat{Y}_{HT}$ تقدير غير متحيز ل Y:

$$E(\hat{Y}_{HT}) = Y$$

- تقدير تباين $\hat{Y}_{HT}$: من اجل حساب تقدير التباين نفرض تقريبا (معاينة بواسون) ، اي ان $\pi_{ij} \cong \pi_i \pi_j$ لكل $i \neq j$

$$\hat{V}(\hat{Y}_{HT}) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1-\pi_i}{\pi_i^2}\right) y_i^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i (w_i - 1) y_i^2$$

تقدير الانحدار المعمم
The Generalized Regression Estimator (GREG)

- تقدير الانحدار المعمم للمجموع الكلي للمجتمع-

معطى بالعلاقة التالية: $t_y = \sum_U y_k = \sum_{k=1}^{N} y_k$

$$\hat{t}_{yGREG} = \sum_U \hat{y}_k + \sum_s a_k(y_k - \hat{y}_k)$$

- حساب $\hat{y}_k$ القيم المتنبأة ل y_k لكل $k = 1, \dots, N$.
- نحصل عليها من ملائمة نموذج محدد.

النموذج الاحصائي: مجموعة من الفرضيات المتعلقة بالسلوك العشوائي لخصائص المجتمع قيد الاهتمام.

- افرض ان $x_k = (x_{1k}, \dots, x_{jk}, \dots, x_{Jk})$ قيمة المتجة
- $x = (x_1, \dots, x_j, \dots, x_J)$ من المتغيرات المساعدة، حول العنصر k حيث x_{jk} قيمة المتغير المساعد j للعنصر k، $j = 1, \dots, J$ و $k = 1, \dots, N$.

- نموذج خط الانحدار الخطي المتعدد:
- $y_k = \sum_{j=1}^{J} \beta_j x_{jk} + \epsilon_k = x'_k\beta + \epsilon_k$

$$\epsilon_k \sim ind\ (0, \sigma_k^2)$$

$$E_\xi(y_k) = \sum_{j=1}^{J} \beta_j x_{jk} = x'_k\beta$$

$$= x_{1k}\beta_1 + \dots + x_{Jk}\beta_J$$

$$V_\zeta(y_k) = \sigma_k^2$$

$$k = 1, \dots, N$$

- البيانات المتوفرة:

$$t_x = \sum_U x_k = \left(\sum_U x_{1k}, \dots, \sum_U x_{Jk}\right)، \{(y_k, x_k), k \in s\}$$

- القيم المقدرة:

$$\hat{y}_k = x'_k \hat{B} = x_{1k}\hat{\beta}_1 + \cdots + x_{Jk}\hat{\beta}_J$$

- تقدير المربعات الصغرى الموزون:

$$\hat{B} = \hat{\beta} = \left(\sum_s \frac{1}{\sigma_k^2} a_k x_k x'_k\right)^{-1} \left(\sum_s \frac{1}{\sigma_k^2} a_k x_k y_k\right)$$

- ان تقدير الانحدار العام (GREG) يمكن كتابته كمجموع خطي موزون للقيم المشاهدة لمتغير المسح y.

$$\hat{t}_{yGREG} = \hat{t}_{yGREG}(y) = \sum_s w_k y_k$$

- حيث

$$w_k = a_k g_k$$

- a_k تسمى وزن التصميم
- g_k تسمى وزن التقدير

$$g_k = 1 + \frac{(t_x - \hat{t}_{x\pi})' T_s^{-1} x_k}{\sigma_k^2}$$

$$t_x = \sum_U x_k = \left(\sum_U x_{1k}, \dots, \sum_U x_{Jk}\right)$$

$$\hat{t}_{x\pi} = \sum_{s} a_k x_k = \left(\sum_{s} a_k x_{1k}, \dots, \sum_{s} a_k x_{Jk}\right)$$

$$T_s = \sum_{s} \frac{1}{\sigma_k^2} a_k x_k x_k'$$

- ان نظام الوزن $w_k = a_k g_k$ يسمى معايرة **(calibrated)** وذلك بسبب ان الاوزان، عندما تطبق على $x_k = (x_{1k}, \dots, x_{jk}, \dots, x_{qk})$، سوف بالضبط تعيد انتاج مجاميع المجتمع:

$$t_x = \sum_{U} x_k = \left(\sum_{U} x_{1k}, \dots, \sum_{U} x_{Jk}\right)'$$

- هذا غالبا ما يسمى مجموع الضبط **(control total)** هذا يعني:

$$\sum_{s} w_k x_k = \sum_{U} x_k$$

- لاحظ ان

$$\hat{t}_{yGREG}(x) = \sum_{s} w_k x_k = \sum_{U} x_k$$

- **تقدير تباين تقدير الانحدار العام**

$$\hat{V}(\hat{t}_{yGREG}) \approx \sum_s a_k (1 - a_k)(g_k e_k)^2$$

$$e_k = y_k - x_k' \hat{B}$$

- الحسابات: **R programing**

- **حالات خاصة:**
- **(1)** اذا كان $x_k = x_k$ متغير مساعد احادي، اي ان
- $E_{\xi}(y_k) = x_k\beta$
- $\sigma_k^2 = \sigma^2 x_k$
- فاننا نحصل على المقدر النسبي ل $t_y = \sum_U y_k$:

$$\hat{t}_{yGREG} = \frac{\sum_s a_k y_k}{\sum_s a_k x_k} \sum_U x_k = \frac{\hat{t}_{y\pi}}{\hat{t}_{x\pi}} t_x = \hat{t}_{yR}$$

- اذا كان $t_x = \sum_U x_k$ غير معلوم لكن حجم المجتمع N معلوم فاننا نضع $x_k = 1$ لكل $k \in U$ ، وعليه

$$\hat{t}_{yGREG} = \hat{t}_{yR} = \frac{N}{\hat{N}} \sum_s a_k y_k$$

- **(2)** اذا كان $x_k = (1, x_k)'$ متغير مساعد احادي، اي ان:
- $E_{\xi}(y_k) = \beta_0 + x_k\beta$
- $\sigma_k^2 = \sigma^2$
- فاننا نحصل على مقدر الانحدار الخطي $t_y = \sum_U y_k$

$$\hat{t}_{yGREG} = \hat{t}_{yLR} = \hat{t}_{y\pi} + \hat{B}_{LR}(t_x - \hat{t}_{x\pi})$$

- حيث

$$\hat{B}_{LR} = \frac{\sum_U a_k \left(x_k - \frac{\hat{t}_{x\pi}}{\hat{N}}\right)\left(y_k - \frac{\hat{t}_{y\pi}}{\hat{N}}\right)}{\sum_U a_k \left(x_k - \frac{\hat{t}_{x\pi}}{\hat{N}}\right)^2}$$

- (3) الطبقات البعدية

- افرص ان $\{U_1, \dots, U_g, \dots, U_G\}$ تشـــكل تجزئة الطبقات البعدية للمجتمع U:

$$U = U_1 \cup \dots \cup U_g \cup \dots \cup U_G$$

- على سبيل المثال مجموعات العمر/الجنس.

- افرض ان اعداد المجتمع $\{N_1, \dots, N_g, \dots, N_G\}$ معلومة.

- فاننا نحصل على المقدر الطبقي البعدي $t_y = \sum_U y_k$:

$$\hat{t}_{yGREG} = \hat{t}_{yPS} = \sum_g \frac{N_g}{\hat{N}_g} \hat{t}_{g\pi}$$

- حيث

$$\hat{t}_{g\pi} = \sum_{s_g} a_k y_k \qquad \hat{N}_g = \sum_{s_g} a_k$$

- s_g ترمز الى عينة العناصر التي تنتمي الى العينة البعدية g.

تقدير المجال:

الرسم

تركيب البيانات ومؤشرات المجال

Data Structures and Domain Indicators

تقديرات المجالات او المجتمعات الجزئية

- $\boldsymbol{U=\{1,\ldots,k,\ldots,N\}}$- **المجتمع الاحصائي المنتهي (ثابت و منتهي)**
- $\boldsymbol{U_d=\{k|k\ \text{in domain}\ d\}\subseteq U}$ المجال او المجتمع الجزئي
- $\boldsymbol{\{U_1,\ldots,U_D\}}$ **تشكل** تجزئة للمجتمع $\boldsymbol{U}$ **(او لمجال اكبر)**
- $\boldsymbol{N_d}$ - حجم المجال U_d

- لذلك لدينا معادلات التجزئة التالية:

$$U = \cup_{d=1}^{D} U_d \quad \text{و} \quad N = \sum_{d=1}^{D} N_d$$

- y - متغير المسح
- y_k - قيمة متغير المسح لوحدة المعاينة $k = 1, \dots, N$
- الهدف هو البحث عن تقديرات للمجالات او المجتمعات الجزئيه.
- المجموع الكلي للمجال U_d:

$$t_{yd} = \sum_{U_d} y_k$$

- معدل المجال U_d:

$$\bar{Y}_d = \frac{t_{yd}}{N_d}$$

- حيث N_d ممكن ان تكون معلومة او غير معلومة.
- اذا كان y_k متغير ثنائي (1 او 0)، فان $\bar{Y}_d$ يصبح نسبة المجال P_d.
- $s = \{1, \dots, n\}$ - عينة احتمالية حجمها n سحبت من المجتمع الاحصائي المنتهي U حسب تصميم المعاينة $P(s)$
- الاوزان: $a_k = 1/\pi_k$ و $a_{kl} = 1/\pi_{kl}$
- $x_k = (x_{1k}, \dots, x_{jk}, \dots, x_{qk})$ - قيمة المتجه $x =$ $(x_1, \dots, x_j, \dots, x_J)$ من المتغيرات المساعدة حول العنصر k

مفاهيم و رموز:

- $s_d = U_d \cap s$ - الجزء من العينة الاحتمالية s والذي ينتمي الى المجال U_d

- اذا كان حجم المجال U_d ، N_d غير معلوم فان

$$\hat{N}_d = \sum_{k \in s_d} a_k$$

- المجموع الكلي للمجال d

$$t_{yd} = t_d = \sum_{U_d} y_k$$

- التقدير :

$$\hat{t}_{yd\pi} = \sum_{s_d} a_k y_k$$

- عدم التحيز:

$$E(\hat{t}_{yd\pi}) = t_{yd}$$

- تقدير التباين –(معاينة بواسون)

$$\hat{V}(\hat{t}_{yd\pi}) = \sum_{k=1}^{n_d} a_k(a_k - 1)y_k^2$$

- لتقدير معدل المجال $\bar{Y}_d = t_{yd}/N_d$، بغض النظر N_d معلوم او غير معلوم، نستخدم تقدير هاجيك بريور (Hajek Brewer estimator):

$$\hat{\bar{Y}}_d = \tilde{y}_{s_d} = \frac{\sum_{s_d} a_k y_k}{\sum_{s_d} a_k}$$

$$\hat{t}_{yd\pi} = N_d \tilde{y}_{s_d} = \sum_{s_d} a_k g_k y_k, \qquad g_k = \frac{N_d}{\hat{N}_d}$$

- **ملاحظة حول معامل التغير ـمؤشر دقة التقدير**

- **هناك نوعين من معاملات التغير الشائعة الاستخدام:**

- **(1) تقدير معامل التغير هو متغير عشوائي:**

$$cv(\hat{t}_d) = \frac{\sqrt{\hat{V}(\hat{t}_d)}}{\hat{t}_d}$$

- **(2) تقدير معامل التغير للمتغير y يمكن استخدامة كمقياس وصفي لتوزيع قيم y_k الموجبه. للمجال U_d،**

$$cv_{yd} = \frac{S_{ys_d}}{\bar{Y}_{s_d}}$$

$$\bar{y}_{s_d} = \frac{1}{n_d} \sum_{s_d} y_k$$

$$S^2_{ys_d} = \frac{1}{n_d - 1} \sum_{s_d} \left(y_k - \bar{y}_{s_d}\right)^2$$

- النسبة بين معدلات المجالات

Ratio means for domains

- النسبة بين معدلات او المجاميع الكلية للمجال U_d.

$$R_d = \frac{t_{yd}}{t_{xd}} = \frac{\sum_{U_d} y_k}{\sum_{U_d} x_k}$$

- مثال آخر: مسوحات المؤسسات التجارية حول اجور ورواتب الموظفون. افرض ان
- y_k - الاجر المدفوع للموظف في المؤسسة التجارية k
- x_k - عدد ساعات العمل للموظف في المؤسسة التجارية k
- اذن

$$R_d = \frac{t_{yd}}{t_{xd}} = \frac{\sum_{U_d} y_k}{\sum_{U_d} x_k}$$

- تمثل معدل اجرة الساعة للموظف في المجال U_d (على سبيل المثال، المجال: مهنة صناعة الاحذية، مهنة صناعة الملابس، القطاع الزراعي، قطاع البناء، الخ)
- التقدير الطبيعي ل R_d:

$$\hat{R}_d = \frac{\hat{t}_{yd\pi}}{\hat{t}_{xd\pi}} = \frac{\sum_{s_d} a_k y_k}{\sum_{s_d} a_k x_k}$$

$$\hat{V}(\hat{R}_d) \cong \frac{1}{\hat{t}^2_{xd\pi}} \sum_{k=1}^{n_d} a_k (a_k - 1) e_k^2$$

- حيث

$$e_k = y_k - \hat{R}_d x_k, \quad k \in s_d$$

$$\hat{t}_{xd\pi} = \sum_{s_d} a_k x_k$$

التقديرات المباشرة للمجالات

مقدمة:

- **استخدام المعلومات المساعدة في بناء تقديرات المجال.**
- **انواع المعلومات المساعدة: مستوى المجتمع ومستوى المجال.**

- **التقديرات المباشرة – التقديرات التي تستخدم فقط قيم y من المجال قيد الاهتمام، والمعلومات المساعدة ممكن ان تاتي من خارج المجال قيد الاهتمام.**

التقديرات النسبية للمجالات

Ratio estimators for domains

- **النسبة بين معدلات او المجاميع الكلية للمجال U_d-لا يوجد معلومات مساعدة**

$$R_d = \frac{t_{yd}}{t_{xd}} = \frac{\sum_{U_d} y_k}{\sum_{U_d} x_k}$$

$$\hat{R}_d = \frac{\hat{t}_{yd\pi}}{\hat{t}_{xd\pi}} = \frac{\sum_{s_d} a_k y_k}{\sum_{s_d} a_k x_k}$$

$$\hat{V}(\hat{R}_d) \cong \frac{1}{\hat{t}^2_{xd\pi}} \sum_{k=1}^{n_d} a_k(a_k - 1)e_k^2$$

$$t_{xd} = \sum_{U_d} x_k$$

$$e_k = y_k - \hat{R}_d x_k \text{ if } k \in s_d$$

$$\hat{t}_{xd\pi} = \sum_{s_d} a_k x_k$$

- **الهدف: تقدير المجموع الكلي للمجال U_d**

$$t_{yd} = \sum_{U_d} y_k$$

- **التقدير النســـبي الاول للمجموع الكلي للمجال U_d :وجود معلومات مساعدة**
- **المعلومات المساعدة – مستوى المجال**

- **افرض ان المجموع الكلي للمجال U_d للمتغير x ،**

- $t_{xd} = \sum_U x_{dk} = \sum_{U_d} x_k$ **معلوم.**

$$\hat{t}_{yd,ra} = \hat{R}_d * \sum_{U_d} x_k$$
$$= \frac{\sum_{s_d} a_k y_k}{\sum_{s_d} a_k x_k} \sum_{U_d} x_k$$

- $\hat{t}_{yd,ra}$ **تقدير غير متحيز تقريبا** t_{yd}

$$\hat{V}\left(\hat{t}_{yd,ra}\right) = (t_{xd})^2 \hat{V}\left(\hat{R}_d\right)$$

- **اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين x و y كبيرا نسبيا، فان $\hat{t}_{yd,ra}$ افضل من** $\sum_{s_d} a_k y_k = \hat{t}_{yd\pi}$

التقدير النسبي الثاني للمجموع الكلي للمجال U_d:
المعلومات المساعدة – مستوى المجتمع

- اذا كان $t_{xd} = \sum_U x_{dk} = \sum_{U_d} x_k$ غير معلوم على مستوى المجال، ولكن معلوم لدينا على مستوى المجتمع، اي ان $t_x = \sum_U x_k$ معلوم

- هذه المعلومات من الممكن ان تاتي من مصادر خارج المسح نفسه، مثل السجلات او المسوحات الشاملة.

- اذن التقدير النسبي الثاني للمجموع الكلي للمجال U_d (بديل التقدير النسبي الاول للمجموع الكلي للمجال U_d):

$$\hat{t}^*_{yd,ra} = t_x \hat{R}_d$$
$$= \sum_U x_k \frac{\sum_{s_d} a_k y_k}{\sum_{s_d} a_k x_k}$$

- $\hat{t}^*_{yd,ra}$ تقدير غير متحيز تقريبا t_{yd}

$$\hat{V}\left(\hat{t}^*_{yd,ra}\right) = (t_x)^2 \hat{V}\left(\hat{R}_d\right)$$

انواع المعلومات المساعدة
(Types of auxiliary information)

- التقدير النسـبي الاول و الثاني للمجموع الكلي للمجال U_d اظهر لنا وجود انواع مختلفة من المعلومات المسـاعدة: من الممكن ان يكون اكثر او اقل تفصيل.

- سوف نستخدم التعريف التالي:

- المتغير المساعد، x ، هو متغير متصل (كمي) او نوعي بحيث ان:

- (ا) قيم x_k معلمة لكل $k \in s$

- (ب) نعلم المجموع الكلي للمتغير x معلوم، اما على مسـتوى المجتمع الكلي، لـذلـك $t_x = t_{xU} = \sum_U x_k$ معلوم، او على مسـتوى المجتمع الجزئي، لـذلـك $t_{xU_i} = \sum_{U_i} x_k$ معلوم لكـل $i = 1, \dots, I$

مثال.

- في مسوحات العمل. وحدة المعاينة: الموسسة التجارية.

- افرض ان x_k - عدد العمـال المعلوم في الموسسة التجـاريـة $k = 1, \dots N$: عبارة عن مقياس حجم وحدة المعاينة k.

- لدينا معلومات مساعدة مختلفة:
- (ا) $t_x = t_{xU} = \sum_U x_k$ - عـدد العمـال الكلي، معلوم للمجتمع الكلي للموسسة التجارية.

- (ب) $t_{xU_i} = \sum_{U_i} x_k$ - عدد العمال، معلوم بشـكل منفصـل لكل مجكوعة من المجموعات الصناعية المختلفة التي عددها I.

- في الحالة الثانية (ب)، المعلومات المساعدة اكثر تفصيلا من الحالة الاولى (أ). لذلك اقوى.

- كحالة خاصة من الحالتين، افرض ان $x_k = 1$ لكل $k = 1, \dots N$
- (ا) $t_x = t_{xU} = \sum_U x_k = N$ - حجم المجتمع، معلوم: هذه اقل معلومات مساعدة.

- (ب) $t_{xU_i} = \sum_{U_i} x_k = N_i$ - عدد وحدات المعاينة في المجموعه U_i لكل $i = 1, \dots, I$ ، معلوم. هذه هي المعلومات المطلوبة لحساب تقدير الطبقات البعدي.

يجب ان نلاحظ التمييز التالي المهم والمتعلق بتقسيم مجتمع الى مجموعات اصغر:

- (ا) طبقات: مجتمعات جزئيه تستخدم لاختيار عينة طبقيه.

- (ب) مجالات (قيد الاهتمام): مجتمعات جزئيه والتي يراد تقديرات لهذه المجالات.

- (ج) مجموعات المعلومات: مجتمعات جزئيه والتي لها معلومات مساعدة محددة، مثل الطبقات البعديه.

ملاحظات حول المعلومات المساعدة:

- الاختلافات المتعلقة بالمعلومات المساعدة من الممكن ان تكون موجودة وفقا ل:

- (ا) المستوى الذي تتوفر فيه المعلومات المساعدة.

- (ب) طبيعة المتغيرات المساعدة: متصل، نوعي.

- (ج) مصدر المعلومات المساعدة، على سبيل المثال: اطار المعاينه الحالي، مصدر خارجي مثل المسح الشامل او السجل الاداري.

ايضا نميز بين نوعين من المعلومات المساعدة:

- **(ا) قيم x_k مسجلة في اطار المعاينة لكل $k \in U$.**

- **(ب) نسجل قيم x_k بعد المعاينة والمشاهدة لكل $k \in s$. و المجاميع المتعلقة ب x في المجتمع الكلي متوفرة من مصـــــادر خارجية مثل المسح الشامل او السجل الاداري.**

- **في الحالة (ا) نســـتنتج ان قيم x_k لكل $k \in s$ معلومة و المجاميع المتعلقة ب x في المجتمع الكلي متوفرة، ببســـاطة عن طريق جمع x_k لكل $k \in U$. هذا يعني ان الحالة (ا) تؤدي الى الحالة (ب).**

- **غالبا في النواحي العملية، المعلومات المساعدة المتوفرة هي الحالة (ب). لبعض المقدرات التي ســـوف نعتبرها، المطلوب الاقل للحالة (ب) كافي.**

Software
SAE – R Package