طرائق تقدير عدد مرات الفشل في الأنظمة القابلة للإصلاح

الدكتور ثائر فيصل شاهر

جامعة عمان الاهلية

ملخص:

الهدف الرئيسي من هذا البحث هو دراسة واحد من أهم الأساليب الحديثة المستخدمة في تحديد عدد مرات الفشل في الأنظمة القابلة للإصلاح التي تعتبر إحدى تطبيقات في الدراسات المعولية.

ومصطلح النظام القابل للإصلاح يعني النظام الذي عندما يحدث فيه فشل فإنه يمكن إعادة النظام إلى العمل بإصلاح بعض مركباته دون الحاجة إلى إبدالها.

لقد وجد ان عدد مرات الفشل في الأنظمة القابلة للإصلاح تتبع عمليات بواسون غير المتجانسة وكانت الاظافة العلمية في هذا البحث هي إيجاد نموذج لتقدير عدد مرات الفشل وإيجاد توزيع (n) من عدد مرات الفشل وكان توزيع كاما العام(General Gamma Distribution) .

المقدمة:

يعد مصطلح الأنظمة القابلة للاصلاح Repairable Systems من المواضيع المهمة في الدراسات الخاصة بالمعولية والتي بدأ الاهتمام بها كثيراً بأوقات غير بعيدة والتي تعتبر من المواضيع المعاصرة والمهمة في القرن الثالث.

أن مصطلح النظام القابل للاصلاح يعني النظام الذي عندما يحدث فيه فشل فإنه يمكن إعادة النظام إلى العمل باصلاح بعض مركباته دون الحاجة إلى إبدالها ومن أمثلة ذلك نظام السيارة وهو نظام قابل للاصلاح لانه عندما يحدث فشل في إحدى مركبات السيارة مثل مشغل السيارة (جوزة المفتاح) يمكن أن يعاد إصلاحه دون الحاجة إلى تبديل كل نظام تشغيل السيارة أو أن السيارة يمكن أن لا تشتغل بسبب رداءة الاتصال مع البطارية من خلال كيبل الموصل ولكن بمجرد تنظيف هذا الكيبل وإزالة الاملاح عنه يمكن أن يعاد تشغيل السيارة.

ومن جهة أخرى فإن عطل أحد مصابيح الزقاق في نظام انارة هذا الزقاق يتطلب تبديل المصباح لارجاع النظام إلى العمل (أي لا بد من تبديل جزء من النظام تحت المراقبة) وبهذا فان نظام الانارة لهذا الزقاق ليس نظاماً قابلاً للاصلاح بسبب تبديل جزء من النظام تحت المراقبة وللنظام القابل للاصلاح تطبيقات واسعة وخاصة فيما يتعلق بأنظمة مراقبة عمل محركات السيارات أو الطائرة أو أنظمة الحاسوب أو أنظمة الاتصالات التي شاعت وانتشرت في عصرنا الحاضر ولعل ابسط صورها استخدام الهاتف النقال (الموبايل).

إن النظام القابل للاصلاح الذي يعتمد على الاصلاح الفوري للنظام عند حدوث الفشل فيه يقودنا إلى دراسة سلوك النظام ومركباته عبر الزمن للتعرف على أوقات الفشل المحتملة بغيه الاستعداد الفوري للاصلاح وتقوم الدراسات الحديثة على التركيز على توفيق نماذج خاصة بهذه الانظمة ومحاولة تقدير معلمات هذه النماذج وإيجاد الاختبارات لهذه المعلمات.

مشكلة البحث وهدفه:

مشكلة وهدف الدراسة هو دراسة عمليات بواسون المتجانسة وعمليات بواسون غير المتجانسة واقتراح دالة المعلمة لتوزيع بواسون الذي يتبع عمليات بواسون غير المتجانسة وتقدير معلمات هذه الدالة واشتقاق صيغة التوزيع $f_n(t)$ التي تمثل دالة الكثافة الاحتمالية عند حدوث n من حالات الفشل. و بحث مشكلة التوقفات أو عدد مرات الفشل عبر الزمان t على أنها سلسلة زمنية يمكن تأشير اتجاه عام فيها وبذلك يمكن صياغة نموذج انحدار وتقدير معلمات هذا النموذج.

أولاً: الإطار النظري

1-1 عمليات بواسون غير المتجانسة The Non-homogenous Poisson Process

عمليات بواسون غير المتجانسة والتي أًصبح لها أهمية كبيرة في الدراسات الحديثة ولما لها علاقة بالأنظمة القابلة للإصلاح حيث تبين أن هذه الأنظمة غالباً ما تتبع عمليات بواسون غير المتجانسة (24).

فإذا كانت معلمة التوزيع $\lambda(t)$ غير ثابتة عبر الفترة الزمنية $[0,t]$ بل هي متزايدة بشكل غير ثابت أو غير منتظم فإن العمليات هذه تسمى عمليات بواسون غير المتجانسة **Non-homogenous Poisson Processes (NHPP)**.

إن تطبيقات عمليات بواسون غير المتجانسة في النماذج والأنظمة التي تعنى بمراقبة معوليتها واحتساب أوقات الفشل فيها وعدداه ولاسيما كما ذكرنا في الأنظمة القابلة للإصلاح Repairable System إذ إن في هذه الأنظمة يتم احتساب عدد مرات الفشل (العطلات) في العمر الباقي للنظام بنفس الطريقة التي يتم فيها احتسابه منذ بداية عمل النظام إلى الفترة التي قيد الدراسة.

أي أنه عند احتساب حصول فشل في النظام للعمر الباقي سوف لن يختلف عن حساب هذا الاحتمال منذ بداية العمر في النظام وهذه الأنظمة تتصف بأن مركباتها من النوع القابل للإرجاع (With replacement) لأننا يمكن أن نصلحها ونعيدها للعمل في أي وقت يحدث فيه مثل هذا التوقف أو الفشل دون التأثير على المادة التي تتكون منها هذه المركبات أي أن النظام يتطلب أن يكون الاصلاح فورياً عند حدوث أي عطل أو توقف ومن هنا تكون مراقبة وتحديد معولية هذه الأنظمة أهمية كبيرة جداً للمستفيد عن عمل هذه الأنظمة.

فإذا كانت (N(t)) تمثل عدد حالات الفشل (عدد العطلات) التي تحدث في النظام القابل للاصلاح في الفترة [0,t) والتي هي قيد المراقبة والمشاهدة فإننا سنفرض أن N(t) تتبع عمليات بواسون غير المتجانسة (NHPP) بمعلمة مقدارها λ(t) والتي هي طبعاً متزايدة بشكل غير منتظم ودالة معلمة متراكمة Λ(t) والتي تمثل العدد المتوقع للفشل أو العطلات.

إن λ(t) تعطي وتوضح معدل التغير في العدد المتوقع لحالات الفشل أو العطلات بالنسبة للزمن t لذا يمكن اعتبارها مقياساً لتحسن أو تدهور عمل النظام إن شكل λ(t) سيؤمن معلومات مفيدة عن طبيعة معولية النظام عبر الزمن.

إن أبسط نموذج لعمليات بواسون الغير متجانسة عندما يكون التوزيع الاحتمالي لعدد الفشل في الفترة (t1, t2) يعطى بالصيغة التالية:

$$P\{N(t_2)-N(t_1)=j\}=\frac{\left[\lambda(t_1,t_2)^j e^{-\lambda(t_1,t_2)}\right]}{j\,!}..........(1-1)$$

حيث: N(0)=0

إن دالة المعولية في الوقت t بالنسبة لأول فشل مكافئ لاحتمال عدم وجود فشل في الزمن t. أي:

R(t) = P { N(t)=0 } = exp (- λ(0,t)) …………….. (1−2)

كما أن المعولية بالنسبة لفشل آخر يمكن أن يعبر عنه بالصيغة التالية:

R(t/T) = P { N(T + t) – N(t) =0 } = exp (- λ(T + t, T))

يلاحظ أن:

λ(t + T, T) : العدد المتوقع في الفشل الكائن من الوقت

T إلـى T+t ويلاحـظ أن عمليـة بواسـون المتجانسـة هـي حالـة خاصـة مـن العمليـة غيـر المتجانسة حيث يكون معدل الفشل (Failure rate) .

$h(t) = \lambda$ كمية ثابتة .

وإن أهميـة هذا البحث يتـأتى من اقتراح دالـة لمعلمـة التوزيـع $\lambda(t)$ وتقدير معلمات هذه الدوال واستخراج توزيع الوقت t حتى حدوث n من العطلات أو الفشل أي استخراج $f_n(t)$.

2-1 مقترح الدراسة:

اعتماداً على ما ذكر سابقاً ونتيجة اطلاع الباحث على عدد من البحوث ذات العلاقة تم اقتراح دالة لمعلمة التوزيع $\lambda(t)$ كذلك للزمن وبالصيغة الآتية:

$$\lambda(t) = C_1 t^{c2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1-3)$$

C_1, C_2 معلمات الدالة وهي كميات ثابتة fixed ولكنها غير معلومة unknown وتقدر عادة مـن واقـع معطيـات العينـة كمـا أن متوسـط أو العـدد المتوقـع لعـدد العطـلات سيصـبح بالصـيغة التالية:

$$\Lambda(t) = \int_0^t C_1 U^{C_2} du = \frac{C_1}{C_2+1} t^{C_2+1} -------- (1-4)$$

ولإيجاد توزيع الوقت عند حدوث n من حالات الفشل أو العطلات سيتم الآتي:

$$f_n(t) = -\frac{d}{dt} R_n(t) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-5)$$

$$= -\frac{d}{dt} P(t_n > T)$$

$$= -\frac{d}{dt} P(N(t) > n)$$

$$= -\frac{d}{dt} \sum_{i=0}^{n-1} P(N(t) = i)$$

$$f_n(t) = \frac{-d}{dt} \sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{[\Lambda(t)^i e^{-\Lambda(t)}]}{i!} \right]$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} \frac{d}{dt} \left[\frac{\left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right]^i e^{\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1}}}{i!} \right]$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{i!} \left[e^{\left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1}\right]} \right] i \left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right]^{i-1} \left[C_1 t^{C_2} \right] + \left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right]^{i} e^{\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1}} \left[-C_1 t^{C_2} \right]$$

$$= \quad -C_1 t^{C_2} e^{-\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1}} \quad \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{i!} \left\{ \left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right]^{i} - i \left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right]^{i-1} \right\}$$

$$= \quad -C_1 t^{C_2} \frac{-C_1}{e^{c_2+1}} \quad \left[1 + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{i!} \left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right]^{i} - \frac{1}{(i-1)!} \left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right]^{i-1} \right]$$

$$= \quad C_1 t^{C_2} e^{-\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1}} 1 + \left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} - 1 \right] + \left[\frac{1}{2} \left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right]^{2} - \frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right] + ----$$

$$+ \frac{1}{(n-1)!} \left[\left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right]^{n-2} - \frac{1}{(n-3)!} \left(\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right)^{n-3} \right]$$

$$+ \frac{1}{(n-1)!} \left[\left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right]^{n-2} - \frac{1}{(n-2)!} \left(\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right)^{n-3} \right]$$

$$\therefore f_n(t) = \frac{C_1 t^{C_2} \left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1} \right]^{i-1} e^{\left[\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1}\right]}}{\Gamma n} \text{.................}(1-6)$$

وعليه فإن توزيع $f_n(t)$ هو توزيع كاما العام General Gamma distribution وبعد تقدير المعلمتين c1, c2 ستكون هذه الدالة مفيدة جداً في احتساب احتمال حدوث أي عدد من العطلات في الفترة المدروسة.

3-1 تقدير معلمات النموذج المقترح:

نفرض أننا راقبنا النظام القابل للاصلاح حتى حدوث n من حالات الفشل أو العطلات أي أننا سوف نحسب أوقات الفشل للفترة المقطوعة $[0,t_n)$ حيث أن:

$0 < t_1 < t_2 < \ldots\ldots < t_n$

وباستخدام العلاقة (3-1) فإن

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1-7)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)}$$

$$\int_0^1 \lambda(u)du = -Ln\ R(u)\int_0^1$$

$$\int_0^1 \lambda(u)du = -Ln\ R(t) + Ln\ R(0)$$

ولما كانت

$R(0) = 1$

فإن

$$-\int_0^1 \lambda(u)du = -Ln\ R(t)$$

وعليه فإن

$$R(t) = e^{-\int_0^1 \lambda(u)du} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1-8)$$

ومن العلاقة (1-7) فإن

$f(t) = \lambda(t)\ R(t)$

وبالتعويض عن العلاقة (8−1) بالعلاقة (7−1) فإن

$$f(t) = \lambda(t)\ e^{-\int_0^1 \lambda(u)du}$$

ولأوقات الفشل t_1------------ t_n, فإن

$$f_n(t_1, t_2, \ldots t_n) = \prod_{i=1}^{n} \lambda(t_i) e^{-\int_0^1 \lambda(u)du} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-9)$$

وعند تعويض الدالة $\lambda(t) = C_1\ t^{C2}$ بالعلاقة (9−1)

$$f_n(t_1, t_2, \ldots t_n) = \prod_{i=1}^{n} C_1 t_i^{c_2}\ e^{-\int_0^1 C_1 u^{c_2} du}$$

$$= C_1^n \prod_{i=1}^{n} t_i^{c_2}\ e^{-\frac{C_1}{C_2+1} t^{c_2+1}}$$

وباستخدام طريقة الامكان الأعظم وبعد إدخال Lin على الطرفين:

$$Ln\ f_n(t_1 \ldots t_n) = n\ Ln\, C_2 + C_2 \sum Ln\, t_i - \frac{C_1}{C_2+1} t_n^{c_2+1}$$

$$\frac{\partial\ Ln\ f_n}{\partial\, C_1} = \frac{n}{C_1} - \frac{t_n^{c_2+1}}{C_1+1}$$

وبالمساواة للصفر تكون

$$\hat{C}_1 = \frac{n(\hat{C}_2+1)}{t_n^{c_2+1}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-10)$$

$$\frac{\partial\, Ln\, f_n}{\partial\, C_2} = \sum_{i=1}^{n} Ln\, t_i - \frac{C_1 t_n^{c_2+1}(Ln\, t_n)}{C_2+1} + \frac{C_1 t_n^{c_2+1}}{(C_1+1)^2}$$

وبالتعويض عن C_1 والمساواة للصفر تكون $\hat{C}_2$

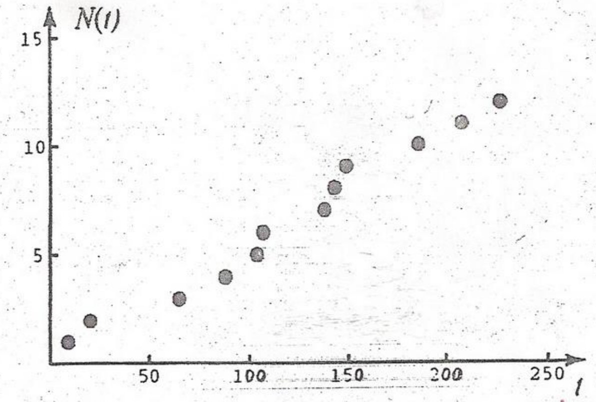
$$\hat{C}_1 = \frac{n\ Ln\, t_n - \sum_{i=1}^{n} Ln\, t_i - n}{\sum_{i=1}^{n} Ln\, t_i - n Ln\, t_n} \qquad (1-11)$$

1-4 الطريقة البيانية :

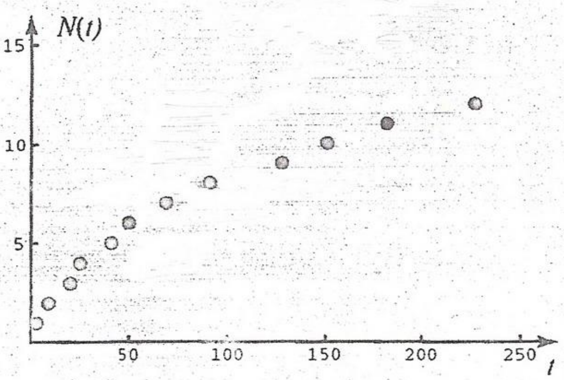
تعد الطريقة البيانية من أبسط الطرق لتقدير عدد مرات الفشل $N(t)$ وهي تحدد الاتجاه بين عدد مرات الفشل $N(t)$ وبين أوقات الفشل t وهي بذلك تؤشر طول أو قصر الفترة الزمنية بين فشل وآخر وهذا بدوره يؤشر حصول تحسن في عمل النظام القابل للإصلاح أو حصول تدهور في هذا النظام.

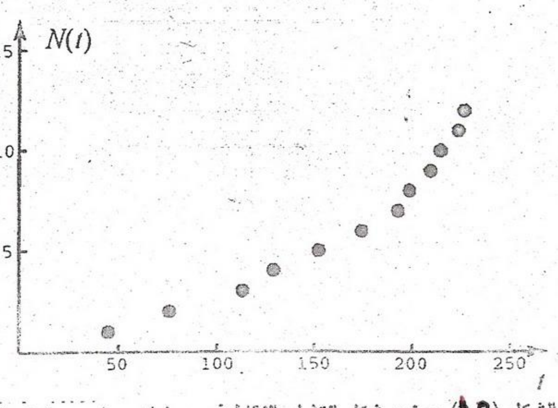
وعادة ما يمثل المحور الأفقي عدد مرات الفشل $N(t)$ ويمثل المحور الرأسي للوقت التجميعي t_i للفترة المقطوعة $[0,t)$.

إن شكل انتشار النقاط المرسومة لعمليات بواسون غير المتجانسة يؤشر تزايداً غير منتظم في عدد مرات الفشل لاحظ الشكل (1-1) بينما إذا كان شكل الانتشار منتظماً (مقعراً أو محدباً) دلّ ذلك على اتباع عمليات بواسون المتجانسة لاحظ الشكل (2-1).



الشكل (1-1) يوضح شكل انتشار النقاط في عمليات بواسون غير المتجانسة





الشكل (1-2) يوضح شكل انتشار النقاط في عمليات بواسون المتجانسة

5-1 تقدير عدد مرات الفشل باستخدام طريقة المربعات الصغرى

Least Squared Method (LSM)

عند دراسة الأنظمة القابلة للإصلاح لوحظ أنها غالباً ما تتبع عمليات بواسون غير المتجانسة (NHPP) وفي هذه العمليات يؤخذ الزمن t عبارة متغير مرتب (Order Statistic) أي أن:

$t_1 < t_2 < \ldots\ldots\ldots < t_n$

للفترة المقطوعة من $0<t<t_n$

وعدد مرات الفشل تكون أيضاً من نوع المتغير المرتب (Statistic Order) أي أنها تبدأ من أول فشل ثم الثاني والثالث وهكذا، وهذا يؤشر وجود اتجاه عام (Trend) في البيانات مما جعل الباحث يقترح فكرة تحليل البيانات المدروسة على أساس طريقة المربعات الصغرى وعلى اعتبار أن عدد مرات الفشل N(t) متغيراً معتمداً Dependent Variable يعتمد في قيمه على الزمن t الذي يمكن اعتباره متغيراً مستقلاً Independent Variable في معادلة الانحدار وحسب الحالات التالية :

1-5-1 النموذج الخطي:

إن معادلة الانحدار للنموذج الخطي يمكن كتابتها كالآتي:

$$N_1 (t)= \alpha + \beta t_i + \varepsilon_I \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (1\text{-}12)$$

حيث أن:

$N_1(t)$ عدد مرات الفشل عبر الزمن t

α , β معلمات معادلة الانحدار

ε_i الخطأ في التقدير ومن المعلوم أنه

$i = 1, 2 , 3 \ldots\ldots\ldots\ldots n$

$\varepsilon_I \sim N(0, \sigma^2)$

ومن الممكن تقدير معلمات النموذج حسب طريقة المربعات الصغرى وبالصيغ التالية:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum N_1(t)t_i - n\bar{N}_1(t)\bar{t}}{\sum t_i^2 - n(\bar{t})^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1-13)$$

$$\hat{\alpha} = \bar{N}_1(t) - \hat{\beta}\,\bar{t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1-14)$$

2-5-1 النموذج التربيعي

كما ارتأينا دراسة النموذج التربيعي لمعادلة الانحدار الآتية والذي يأخذ الشكل:

$N_2(t) = \alpha + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \varepsilon_i$

حيث أن

$\alpha , \beta_1 , \beta_2$ معلمات معادلة الانحدار

$N_2(t)$ عدد مرات الفشل

t الزمن

ε_i الخطأ في التقدير

وتقدير معلمات النموذج باستخدام طريقة كرامير لحل المعادلات غير المتجانسة الآتي:

$$\left\{\begin{array}{l} \sum N_2(t) = n\alpha + \beta_1 \sum t_i + \beta_2 \sum t_i^{\,2} \\ \sum tN_2(t) = \alpha \sum t_i + \beta_1 \sum t_i^{\,2} + \beta_2 \sum t_i^{\,3} \\ \sum t^2 N_2(t) = \alpha \sum t_i^{\,2} + \beta_1 \sum t_i^{\,3} + \beta_2 \sum t_i^{\,4} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots(1-15)$$

حيث أن:

$$A=\begin{pmatrix} n & \sum t_i & \sum t_i^{\ 2} \\ \sum t_i & \sum t_i^{\ 2} & \sum t_i^{\ 3} \\ \sum t_i^{\ 2} & \sum t_i^{\ 3} & \sum t_i^{\ 4} \end{pmatrix}$$

$$A_1=\begin{pmatrix} \sum N_2(t) & \sum t_i & \sum t_i^{\ 2} \\ \sum tN_2(t) & \sum t_i^{\ 2} & \sum t_i^{\ 3} \\ \sum t^2 N_2(t) & \sum t_i^{\ 3} & \sum t_i^{\ 4} \end{pmatrix}$$

$$A_2=\begin{pmatrix} n & \sum N_2(t) & \sum t_i^{\ 2} \\ \sum t_i & \sum t\, N_2(t) & \sum t_i^{\ 3} \\ \sum t_i^{\ 2} & \sum t^2\, N_2(t) & \sum t_i^{\ 4} \end{pmatrix}$$

$$A_3=\begin{pmatrix} n & \sum t_i & \sum N_2(t) \\ \sum t_i & \sum t_i^{\ 2} & \sum t\, N_2(t) \\ \sum t_i^{\ 2} & \sum t_i^{\ 3} & \sum t^2\, N_2(t) \end{pmatrix}$$

ويمكن استخراج معلمات معادلة الانحدار للنموذج التربيعي حسب طريقة كرامير لحل المعادلات

الغير المتجانسة فتكون:

$$\hat{\alpha}=\frac{|A_1|}{|A|}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1-16)$$

$$\hat{\beta}_1=\frac{|A_2|}{|A|}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1-17)$$

$$\hat{\beta}_2=\frac{|A_3|}{|A|}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1-18)$$

3-5-1 تقدير عدد مرات الفشل باستخدام النموذج الأسي:

إن معادلة الانحدار للنموذج الأسي يمكن تعريفها كالآتي:

$N3(t) = \alpha^t \beta \ \ \varepsilon_i$

حيث أن:

α , β معلمات معادلة الانحدار

$N_3(t)$ عدد مرات الفشل

ε_i الخطأ في التقدير

وبإدخال اللوغاريتم على طرفي المعادلة يمكن تحويل المعادلة إلى النموذج الخطي وبالتالي تقدير معلمات النموذج بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية:

$$\text{Log } N_3(t) = \log \alpha + t \log \beta + \log \varepsilon_i \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (1\text{-}19)$$

$$\hat{\log} \beta = \frac{\sum t_i \ \log N_3(t) - n\bar{t}\,\overline{\log N(t)}}{\sum t_i^{\,2} - n t^{-2}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-20)$$

$$\hat{\log} \alpha = \overline{\log N_3(t)} - \hat{\log} \beta \bar{t} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-21)$$

وبالتالي فإن:

$$\hat{\beta} = anti - \log\,(\hat{\log}\ \beta) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-22)$$

$$\hat{\alpha} = anti - \log\,(\hat{\log}\ \alpha) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-23)$$

لذا يكون تقدير عدد مرات الفشل للنموذج الأسي حسب الصيغة الآتية:

$$\hat{N}_3(t) = \hat{\alpha}\ \hat{\beta}^t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-24)$$

6−1 اختبار حسن المطابقة Goodness of fit

لغرض إجراء اختبار حسن المطابقة للدالة المقترحة بالصيغة (15−2) ولغرض مقارنتها مع طرق التقدير الأخرى باستخدام النموذج الخطي والنموذج التربيعي والنموذج الاسي فقد تم اعتماد مؤشر إحصائي وهو مقياس نسبي وهو متوسط القيم المطلقة للأخطاء النسبية Mean Absolute Percentage error وحسب الصيغة:

$$\mathbf{MAPE} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| \frac{N(t) - \hat{N}(t)}{\hat{N}(t)} \right|}{n-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1-25)$$

ثانياً: الإطار التطبيقي

2-1 وصف تجربة المحاكاة الخاصة بالبحث

في تجربة المحاكاة تم توليد بيانات لعينات بحجم (15 ,25 ,50) استنادا لتوزيع كاما العام (الصيغة (6-1)) لحساب معاملات الدالة المقترحة و حساب الصيغة التقديرية للعدد المتوقع لحالات الفشل أو العطلات $\hat{N}(t)$ حيث يتم حساب معاملات الدوال الخطية والتربيعية والاسية المقترح استخدامها في تقدير عدد مرات الفشل أو العطلات لأغراض المقارنة بين الطرائق المختلفة بغية الوصول للتقدير الأفضل لعدد مرات الفشل أو العطلات N(t) .

تقدير عدد مرات الفشل [N(t)] باستخدام الطرق المختلفة

تـم توليـد عينـة بحجـم (15) مفـردة تتبـع عمليـات بواسـون غيـر المتجانسـة وكـررت التجربـة (200) مرة وقد وضحت البيانات المولدة في جدول(2−1)

باستخدام بيانات جدول (2−1) تـم تقـدير معـاملات الـدوال المدروسـة وهـي الدالـة المقترحـة والدالـة الخطيـة والدالـة التربيعيـة والآسية وللمقارنـة بين الطرق المدروسـة ثم حساب متوسط القيم المطلقة للأخطاء النسبية (MAPE) والجدول التالي يلخص النتائج :

الطريقة	المعاملات	قيمة المعاملات	MAPE
الطريقة المقترحة	C_1 C_2	0.00908006 0.5112152	0.1640735
النموذج الخطي	$\hat{\alpha}$ $\hat{\beta}$	- 2.06212 0.0146493	0.1645855
النموذج التربيعي	$\hat{\alpha}$ $\hat{\beta}_1$ $\hat{\beta}_2$	- 2. 898579 0.02562086 - 0. 000004291803	0.1843352
النموذج الآسي	$\hat{\alpha}$ $\hat{\beta}$	1.225096235 1.003540887	0.27859

جدول (2−1)

يوضح البيانات الخاصة بتجربة المحاكاة لعينة حجمها 15 مفردة:

t	X	N(t)
109.7245	10907245	1
206.1082	96.38373	2
300.3494	94.24118	3
338.8972	38.54779	4
349.8560	10.95874	5
356.2528	6.39869	6
401.0609	44.80804	7
469.8767	68.81584	8
494.3036	24.42689	9
528.9214	34.6178	10
538.1137	9.192306	11
634.3729	96.25919	12
693.1789	58.80547	13
798.0895	104.9106	14
812.4495	14.36006	15

وبنفس الطرقة تم تقدير معاملات الدوال المدروسة لعينة حجمها (25) مفردة وكانت النتائج كالآتي:

MAPE	قيمة المعاملات	المعاملات	الطريقة
0.1218714	0.004329187 0.1667164	C_1 C_2	الطريقة المقترحة
0.191375	- 0.2594 0.01251164	$\hat{\alpha}$ $\hat{\beta}$	النموذج الخطي
0.1101384	1.05144 0.008576145 0.000001970551	$\hat{\alpha}$ $\hat{\beta}_1$ $\hat{\beta}_2$	النموذج التربيعي
0.2440547	2.442467503 1.00134756	$\hat{\alpha}$ $\hat{\beta}$	النموذج الآسي

ولعينة حجمها (50) مفردة كانت النتائج كالآتي:

MAPE	قيمة المعاملات	المعاملات	الطريقة
0.06579798	0.006831559 0.02649898	C_1 C_2	الطريقة المقترحة
0.0693986	0.06382769 0.00582228	$\hat{\alpha}$ $\hat{\beta}$	النموذج الخطي
0.0650372	−1.834078 0.007388922 0.0000001734721	$\hat{\alpha}$ $\hat{\beta}_1$ $\hat{\beta}_2$	النموذج التربيعي
0.193555	4−996986346 1.00318713	$\hat{\alpha}$ $\hat{\beta}$	النموذج الآسي

ويمكن تلخيص متوسط القيم المطلقة للاخطاء النسبية للطرق المدروسة بالجدول التالي:

جدول (2−2)

يوضح متوسط القيم المطلقة للأخطاء النسبية

50	25	15	حجم العينة / الطريقة
0.06579798	0.1218714	0.1640735	**المقترحة**
0.06939860	0.1613715	0.1645855	**النموذج الخطي**
0.06503720	0.1101384	0.1843352	**النموذج التربيعي**
0.19355500	0.2440547	0.2859000	**النموذج الآسي**
التربيعي	**التربيعي**	**المقترحة**	**الأفضل**

ومن خلال الجدول السابق نجد أن أفضل تقدير لعدد مرات الفشل كان للدالة المقترحة عندما حجم العينة صغير والنموذج التربيعي عندما يكون حجم العينة متوسطاً تليه الطريقة المقترحة ومن ثم النموذج الخطي، غير أن الأسي أعطي مقدرات بعيدة نوعاً ما عن القيم الحقيقية لعدد مرات الفشل وكان له أعلى متوسط القيم المطلقة للأخطاء النسبية.

3-2 مقدر محسن (مقترح)

لقد تم اقتراح صيغة للتقدير يربط بين أفضل طريقتين للتقدير وهما الطريقة المقترحة وطريقة المربعات الصغرى باستخدام النموذج التربيعي وعلى النحو التالي:

$$\hat{N}4(t) = r\hat{\Lambda}(t) + (1-r)\hat{N}_2(t)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2-1)$$

حيث أن $\hat{\Lambda}(t)$ هي عدد مرات الفشل بالطريقة المقترحة للتقدير

$\hat{N}_2(t)$ هي عدد مرات الفشل باستخدام النموذج التربيعي

وقد صمم برنامج لحساب أفضل r للتقدير حيث أعطيت قيم عشوائية غير سالبة لـr وتم حساب متوسط القيم المطلقة للاخطاء النسبية لكل قيمة عشوائية وعند تطبيق البرنامج على العينة المولدة بحجم (25) مفردة كان أفضل قيمة لـ r هي (0.3) بمتوسط القيم المطلقة للاخطاء النسبية مساو إلى (0.05812519) بينما كان متوسط القيم المطلقة للاخطاء النسبية للطريقة المقترحة (0.1218714) وللنموذج ألتربيعي (0.1101384) عندما تم التقدير كل على حده والجدول (2-3) التالي يبين تقدير عدد مرات الفشل باستخدام المقدر المحسن (المقترح) ولعينات حجمها (15-25-50) مفردة :-

جدول (2−3)

متوسط القيم المطلقة للاخطاء النسبية

حجم العينة / الطريقة	15	25	50
المقترحة	0.1640735	0.1218714	0.06579798
التربيعي	0.1843352	0.1101384	0.0650372
المحسنة	0.5968858	0.05812519	0.06202235
الأفضل	**المحسنة**	**المحسنة**	**المحسنة**

ثالثا الاستنتاجات والتوصيات

ندرج في أدناه أهم الاستنتاجات والتوصيات التي تمخضت عنها الدراسة فعلاً

3-1 الاستنتاجات

1) إن الأنظمة القابلة للإصلاح غالباً ما تتبع عمليات بواسون غير المتجانسة لأنها تعتمد على معلمة توزيع متغيرة عبر الزمن.

2) في عمليات بواسون المتجانسة يكون التزايد في عدد مرات الفشل أو العطلات تزايداً غير منتظماً (مقعراً كان أم محدباً في شكل الانتشار) والذي يؤشر اتجاه النظام نحو التدهور إذا كان شكل الانتشار مقعراً أو يؤشر اتجاه النظام نحو التحسن إذا كان شكل الانتشار محدباً.

أما في عمليات بواسون غير المتجانسة فإن عدد مرات الفشل أو العطلات تكون متزايدة بشكل غير منتظم ويمكن ملاحظة ذلك من خلال شكل انتشار النقاط المرسوم لعدد مرات الفشل $N(t)$ مقابل الزمن t وهناك طرق عديدة لملاحظة وقياس واختبار عدم الانتظام في الزيادة الحاصلة في عدد مرات الفشل لعل اسهلها الطريقة البيانية التي نوقشت.

3) يمكن استخدام الطريقة البيانية في تقدير عدد مرات الفشل أو الفشل أو العطلات لكنها لا تكون واضحة ويمكن الاعتماد عليها كما هي الحال مع الطرق الأخرى للتقدير ومنها طرق تقدير تناولها البحث.

4) من خلال ملاحظة البيانات الخاصة بالأنظمة القابلة للاصلاح والتي تتبع عمليات بواسون غير المتجانسة تم تأشير وجود اتجاه عام في قيم t مقابل عدد مرات الفشل مما جعلنا نقترح أن يكون بعض طرق التقدير تعتمد على طرق التقدير الخاصة بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية.

5) أن توزيع n من عدد مرات الفشل أو العطلات التي تخضع لعمليات بواسون غير المتجانسة هو توزيع كاما العام General Gamma Distribution لاحظ الصيغة (2−25).

6) تم اقتراح طريقة لتقدير عدد مرات الفشل إضافة إلى اقتراح صيغة محسنة للتقدير.

7) من خلال التجارب الثلاث المولدة بحجوم (15 ,25 ,50) باستخدام أسلوب المحاكاة، أعطى النموذج المقترح والنموذج التربيعي أفضل التقديرات لعدد مرات الفشل N(t) اعتماداً على متوسط القيم المطلقة للاخطاء النسبية MAPE إذا حظيا باقل متوسط القيم المطلقة للاخطاء النسبية من بين التقديرات الأخرى وللعينات الثلاثة.

8) اعتماداً على ما جاء بالفقرة (1) اعلاه فقد تم اقتراح المقدر المحسن الموضح بالصيغة (3−1) والذي يمزج بين التقدير بالنموذج المقترح والنموذج التربيعي من خلال معامل الضرب النسبي (r) والذي تكون قيمته محصورة بين الصفر والواحد الصحيح. ولقد أعطى هذا النموذج أفضل تقدير لعدد مرات الفشل.

9) يتم اختيار معامل الضرب النسبي (r) باستخدام برنامج المحاكاة يعطي قيمة عشوائية (RND) إلى (r) ثم تطبيق الدالة المختلطة المقترح بالصيغة (3−1) وتكرر العملية لحين الحصول على أقل قيمة لمتوسط الخطأ المطلق النسبي والذي من خلاله نعتمد على قيمة 3 المقابلة لهذا المتوسط.

3-2 التوصيات:

1) نوصي بتقدير عدد مرات الفشل للانظمة للاصلاح باستخدام المقدر المحسن بالصيغة (3-1) الذي يربط بين أفضل تقديرين لعدد مرات الفشل (الطريقة المقترحة، النموذج التربيعي) وباستخدام معامل نسبي للضرب مقداره r.

2) التعمق بدراسة عمليات بواسون غير المتجانسة والتي تعتبر الحالة العامة لعمليات بواسون والتي لم نجد أي دراسة في العراق حسب علم الباحث للمساعدة والاثراء.

3) لا ننصح باستخدام النموذج الاسي في تقدير عدد مرات الفشل لعمليات بواسون غير متجانسة حيث أعطى أكبر متوسط القيم المطلقة للاخطاء النسبية وكانت تقديرات بعيدة كثيراً عن القيم الحقيقة لعدد مرات الفشل.

Reference :-

1- Al-fawzan. M., (2000) "Methods for estimating the parameters of the Weibull distribution ",internet

2- Asher, H. and Feingold, H., (1984), "Repairable systems reliability", New York, Marcel Dekker

3-Berenson Levine Krchbiel, (2004), "Basic business statistics, Concepts and application" person education, Inc.

4-Bhattacharjee, M., (2000), "Inference for non-Homogeneous Poisson processes: Models of repairable systems" Rolf Nevanlinna Institute, University of Helsinki, Finland. (p.d.f) internet

5-Broghers E., Reymen D., Remen O., Weesa P., (2004), "Statistical

6-Brown Mark (1984),"On the Reliability of repairable system",Operations Research V.32,No.3,pp.607.

7-Carter,A.D.S,(1986),"Mechanical Reliability"MacMillan.

8-Charless E.E, (1977), "An Introduction to Reliability maintainability Engineering",Mc.Graw-INC.

8-Christer, E.E., (1997), "An introduction to reliability and maintainability engineering", Mc. Graw-INC.

9-Chirster A. H and waller W.M., (1984), "Reducing production Downtime using delay- time analysis operational research v.35 no.6,pp-499

10- Deshpande ,J.V ., mukhopadhyay , M. and Naik-Nimbalkar , U.V ., (2000) "test for equality of intensities of failures of a repairable system under tow competing risks, recent advances in reliability theory , Bordeaux , 391-401.

11- Crow, L.H., (1974) "repairable analysis for complex repairable systems ", Reliability and Biometry, Ed. Proschan, f .and serfling R.J. SIAM, Philadelphia p. 379-410 .

12- Ebeling, charles E., (1997), "an introduction to reliability and maintainability engineering" the mc grow-hill companies, INC.

13- Edward minika & Zoriana dyschkand kurzeja, (2001), "statistics for business with computer applications" south-western college puplishing , a division of Thomson learning.

14- Fishman G.S,(1973),"Concepts and Methods in Discrete Event Digital simulation ",John Wiely&Sons.Inc.

15-Haeussler, Ernest F &Paul, Richard S,(1990),"Introductory Mathematical Analysis " Prentice-Hall, Inc.

16-Keller,Warrack,(2003),"Statiscs for management and economics"6th,Brookslcole,Adivision of Thomson Learning,Inc.

17-Kuby,P&Johnson,Robert,(2000),"Elementary statistics"8th, Brookslcole,Adivision of Thomson Learning,Inc.

18-Larson,Richard J&Morrisl M,(2001),"An Introduction to Mathimatical statistics and Its Applications",3th,Prentice-Hall.Inc.

19-Lawless,Jerald F,(2003),"Statistical Models and Methods for Lifetime Data",John Wiley&Sons,Inc.

20-Mann,N.R,Schafer,R.E and Sing Purwalla,N.D,(1974),"Methods for StatisticalAnalysis of Reliability and Life data", John Wiely&Sons.Inc.

21-Merran E,Nicholas H,Brian P,(2000),"Statistic distributions",3th,Wiley series in probability and statistics.
22-Neman,W.B&Pool, C.M,(1996)," Reliability Estimation and Tolerance limits for laplace distribution based on Censored Samples",Microelectronics and Reliability vol.36,No.3pp375-378.
23-Nguyen,D.G and Murthy, D.N,(1981),"Optimal preventive maintenance policies for Repairable systems),Operations Research,vo.27,No6,PP -1181.
24-Rigdon,S.E and Basu,A.P,(2000),:Statistical Methods for the Reliability of Repairable systems" John Wiely&Sons.Inc.
25-Trivedi and Kishor S,(2002),"Probability and statistics with Reliability Queuing and Computer science Applications", Second Edition. John Wiely&Sons.Inc.

Abstract

The main purpose of this research was to study one of the main modern subject which is very important in the reliability studies, it's the repairable system, which means that if the component fails it immediately repaired.

These studies have widely applications in many systems like watching machine of cars, airplanes and communication systems, that is failure make huge materiel and humane losses .

It's found that these systems submit to poisson process in particular the nonhomogrnous poisson process ,the main contraption in this research is the modification in estimating the number of failures in repairable systems and the derivation the Distribution of n-failures where the distribution is general gamma.

Finally , some new results obtain and a simulation experiment were done to compare the proposed and classical methods .