المعاينة المتعددة المراحل

يلجئ إلى طريقة العينة المتعددة المراحل عندما يتعذر الحصول على قاعدة المعاينة الشاملة لجميع وحدات المجتمع الفردية.

يتطلب تطبيق هذه الطريقة تقسيم المجتمع إلى وحدات أولية شاملة (مناطق جغرافية) أو استخدام الوحدات الموجودة في المجتمع (أسر، منشآت، مدن، أحياء، إلخ...). ويجب أن يكون المجتمع مقسما بكامله إلى وحدات أولية. في المرحلة الأولى تسحب عينة من الوحدات الأولية، ثم تسحب في المرحلة الثانية عينة من الوحدات الثانوية في كل وحدة أولية مسحوبة.

تتميز طريقة المعاينة المتعددة المراحل بميزات هامة منها:

- ✓ تخفيض الكلفة المرتبطة أساسا بإعداد قاعدة المعاينة للمجتمع المدروس والتي تكون في بعض الحالات صعبة او مستحيلة حتى.
- ✓ التقليص من كلفة تنقل الباحثين في الميدان عبر التقليص من تشتت العينة جغرافيا.
- ✓ تسهيل الجوانب التنظيمية وتتبع أشغال البحث والمراقبة في الميدان.

وتتجلى عيوب العينة المتعددة المراحل خصوصا في كونها تعطي نتائج أقل دقة من المعاينة على مرحلة واحدة (المعاينة العشوائية البسيطة أو المعاينة الطبقية) وذلك بسبب التأثير السلبي للتشابه التي يميز عادة وحدات المعاينة على جودة المقدرات (تأثير العنقود).

في هذا الفصل سنقتصر على طريقة المعاينة على مرحلتين.

1. المصطلحات

لدينا :

N هو عدد وحدات المجتمع الفردية موزعة على M وحدة أولية.

M هو عدد الوحدات الأولية في المجتمع $(i=1,2,\ldots\ldots M)$.

m هو عدد الوحدات الأولية المسحوبة في العينة.

N_i هو عدد الوحدات الثانوية في الوحدة الأولية i $(j=1,2,3\ldots\ldots\ldots N_i)$

n_i هو عدد الوحدات الثانوية المسحوبة في الوحدة الأولية i.

المجموع في الوحدة الأولية i هو:

$$T_{i=}\sum_{j=i}^{N_i} y_{ij}$$

المجموع في المجتمع هو:

$$T_{=}\sum_{i=1}^{M} T_i$$

المتوسط في الوحدة الأولية هو:

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{N_i}\sum_{j=1}^{N_i} y_{ij}$$

متوسط المجتمع هو:

$$\bar{Y} = \frac{T}{N}$$

أو:

$$\bar{Y} = \sum_{i=1}^{M} \frac{N_i}{N}\bar{Y}_i$$

2. تقدير المعلمات

1.2 السحب باحتمال متساوي وبدون إعادة في المرحلتين (PESR)

نقوم بسحب:

m عنقود من المجتمع المتكون من M عنقود وذلك بطريقة المعاينة العشوائية البسيطة بدون اعادة.

n_i وحدة ثانوية من كل وحدة أولية مسحوبة وحجمها N_i وذلك بطريقة المعاينة العشوائية البسيطة بدون اعادة.

<u>المجموع</u>

$$\hat{T} = \frac{M}{m}\sum_{i=1}^{m}\hat{T}_i = \frac{M}{m}\sum_{i}^{m}\left(\frac{N_i}{n_i}\sum_{j}^{n_i} y_{ij}\right)$$

هو مقدر المجموع T في المجتمع.

ملاحظة أساسية: ليس ضروريا معرفة حجم المجتمع N لتقدير المجموع T.

المقدر $\widehat{T}$ غير متحيز:

$$E(\hat{T}) = T$$

<u>تباين مقدر المجموع</u>

$$V\left(\widehat{T}\right) = M^2\frac{M - m}{M}\frac{S_1^2}{m} + \frac{M}{m}\sum_{i=1}^{M} {N_i}^2\left(\frac{N_i - n_i}{N_i}\right)\frac{{S_2}^2}{n_i}$$

علما أن :

$${S_1}^2 = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(T_i - \bar{T})^2$$

$$S_2^2 = \frac{1}{N_i - 1} \sum_{j=1}^{N_i} \left(y_{ij} - \overline{Y}_\iota\right)^2$$

<u>تقدير تباين مقدر المجموع:</u>

$$\hat{V}\left(\hat{T}\right) = M^2 \frac{M - m}{M} \frac{\widehat{S_1}^2}{m} + \frac{M}{m} \sum_{i=1}^{M} {N_i}^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i}\right) \frac{\widehat{S_2}^2}{n_i}$$

مع:

$$\widehat{S_1}^2 = \frac{1}{m - 1} \sum_{i=1}^{m} \left(\hat{T}_i - \frac{\hat{T}}{M}\right)^2$$

$$\widehat{S_2}^2 = \frac{1}{n_{i-1}} \sum_{j=1}^{n_i} \left(y_{ij} - \bar{y}_i\right)^2$$

المتوسط

مقدر متوسط المجتمع هو:

$$\hat{\overline{\overline{Y}}} = \frac{\hat{T}}{N}$$

علما أن:

$$\hat{T} = \frac{M}{m} \sum_{i=1}^{M} \hat{T}_i$$

اذن:

$$\hat{\bar{Y}} = \frac{M}{m\,N}\sum_{i=1}^{M}\hat{T}_i$$

هو المقدر غير المتحيز لمتوسط المجتمع.

ملاحظة : لتقدير المتوسط $\bar{\mathrm{Y}}$ بواسطة $\frac{\hat{T}}{\mathrm{N}}$، نحتاج معرفة حجم المجتمع N لكن في بعض الحالات لا نعرف هذه المعلومة وبالتالي نقوم بتقديرها كالتالي:

$$\hat{N} = M\hat{\bar{N}}$$

حيث $\bar{\mathrm{N}}$ هو الحجم المتوسط للوحدات الثانوية المسحوبة في المرحلة الثانية. بعد ذلك نقدر:

$$\hat{\bar{Y}} = \frac{\hat{T}}{\hat{N}}$$

تباين المتوسط

$$V\left(\hat{\bar{Y}}\right) = \frac{1}{N^2}\left[M^2\ \frac{M-m}{M}\ \frac{S_1^2}{m} + \frac{M}{m}\sum_{i=1}^{M} {N_i}^2\ \frac{N_{i-n_i}}{N_i}\ \frac{S_2^2}{n_i}\right]$$

$$S_1^2 = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(T_i - \bar{T})^2$$

$$S_2^2 = \frac{1}{N_i-1}\sum_{j=1}^{N_i}\left(y_{ij} - \bar{Y}_\imath\right)^2$$

تقدير تباين المتوسط

$$\hat{V}\left(\hat{\bar{Y}}\right) = \frac{1}{N^2}\left[M^2\ \frac{M-m}{m}\ \frac{s_1^2}{n} + \frac{M}{m}\sum_{i=1}^{m} N_i\ \frac{N_{i-n_i}}{N_i}\ \frac{s_2^2}{n_i}\right]$$

$$s_1^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m} \left(\widehat{T}_{\imath} - \frac{\widehat{T}}{M} \right)^2$$

$$s_2^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} \left(y_{ij} - \widehat{\widehat{Y}}_{\imath} \right)^2$$

2.2 سحب الوحدات الأولية باحتمال غير متساوي مع الإعادة

نفترض سحب الوحدات الأولية باحتمال غير متساوي في المرحلة الأولى. P_i هو احتمال سحب الوحدة الأولية i بحيث:

$$\sum_{i=1}^{M} P_i = 1$$

<u>المجموع</u>

مقدر المجموع هو:

$$\hat{T} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{\hat{T}_i}{P_i}$$

<u>التباين</u>

$$V(\hat{T}) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{M} P_i\left(\frac{T_i}{P_i} - T\right)^2 + \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{M}\frac{V_{2i}}{P_i}$$

حيث $_{2i}$ هو تباين المقدر $\hat{T}_i$ في الوحدة الأولية i والمرتبط بطريقة سحب الوحدات الثانوية في كل وحدة أولية مسحوبة (طريقة السحب في المرحلة الثانية).

اذا اعتمدنا في الوحدة الأولية سحب الوحدات الثانوية بطريقة المعاينة العشوائية البسيطة، فان:

- $V_{2i} = {N_i}^2 \frac{{S_2}^2}{n_i}$ في حالة السحب مع الاعادة.
- $V_{2i} = {N_i}^2 \frac{N_i - n_i}{N_i}\frac{{S_2}^2}{n_i}$ في حالة السحب بدون اعادة.

$$s_2^2 = \frac{1}{n_i - 1}\sum_{j=1}^{n_i}\left(y_{ij} - \hat{\bar{Y}}_i\right)^2$$

تقدير التباين

$$\hat{V}(\hat{T}) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} P_i\left(\frac{\hat{T}_i}{P_i} - \hat{T}\right)^2 + \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} N_i{}^2\,\frac{\widehat{V_{2\imath}}}{P_i}$$

المتوسط

مقدر المتوسط هو:

$$\hat{\hat{Y}} = \frac{1}{Nm}\sum_{i=1}^{m}\frac{\widehat{T_\imath}}{P_i}$$

التباين

$$V\left(\hat{\hat{Y}}\right) = \frac{1}{N^2m}\sum_{i=1}^{M} P_i\left(\frac{T_i}{P_i} - T\right)^2 + \frac{1}{N^2m}\sum_{i=1}^{M} N_i{}^2\,\frac{V_{2i}}{P_i}$$

تقدير التباين

$$\hat{V}\left(\hat{\hat{Y}}\right) = \frac{1}{N^2m}\sum_{i=1}^{m} P_i\left(\frac{\hat{T}_i}{P_i} - \hat{T}\right)^2 + \frac{1}{N^2m}\sum_{i=1}^{m} N_i{}^2\,\frac{\widehat{V_{2\imath}}}{P_i}$$

3.2 العينة ذات المرحلتين المرجحة ذاتيا

- في المرحلة الأولى، نسحب عينة من الوحدات الأولية باحتمال متناسب مع الحجم.
- احتمال سحب الوحدة الأولية **هو:**

$$P_i = m\frac{N_i}{N}$$

- في المرحلة الثانية، نسحب عينة ثابتة $\mathrm{n_o}$ من كل وحدة أولية من الوحدات الأولية المسحوبة في المرحلة الأولى كيفما كان حجم الوحدة الأولية (N_i) وبطريقة السحب العشوائي البسيط بدون اعادة.
- احتمال سحب الوحدة الثانوية j في الوحدة الأولية هو:

$$P_{j/i} = \frac{n_o}{N_i}$$

- احتمال انتماء الوحدة الثانوية j للعينة هو:

$$P_i P_{j/i} = m\frac{N_i}{N}\frac{n_o}{N_i}$$

$$P_i P_{j/i} = m\frac{n_o}{N}$$

- احتمالات انتماء الوحدات الثانوية j للعينة هي ثابتة.
- الحجم الاجمالي للعينة هو:

$$n = mn_o$$

- صيغة مقدر المجموع هي:

$$\hat{T} = \sum_{i=1}^{m}\frac{\widehat{T_i}}{P_i}$$

$$\hat{T} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{\widehat{T_i}}{\frac{N_i}{N}}$$

$$\hat{T} = \frac{N}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{\widehat{T_\imath}}{N_\imath}$$

علما أن:

$$\widehat{T_\imath} = \sum_{j=1}^{n_o}\frac{y_{ij}}{P_{j/i}}$$

$$\widehat{T_\imath} = \sum_{j=1}^{n_o}\frac{y_{ij}}{\frac{n_o}{N_i}}$$

$$\widehat{T_\imath} = \frac{N_i}{n_o}\sum_{j=1}^{n_o} y_{ij}$$

اذن:

$$\hat{T} = \frac{N}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{\frac{N_i}{n_o}\sum_{j=1}^{n_o} y_{ij}}{N_i}$$

$$\hat{T} = \frac{N}{mn_o}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_o} y_{ij}$$

جميع الوحدات الثانوية لها نفس الوزن وبالتالي فالعينة مرجحة ذاتيا.

ملاحظة هامة:

في حالة ما اذا كان:

- سحب الوحدات الأولية باحتمالات غير متساوية (التناسب مع الحجم).
- سحب حجم ثابت من الوحدات الثانوية بطريقة السحب بدون اعادة في المرحلة الثانية.
- حجم العينة كبير يمكن من افتراض سحب الوحدات الأولية مع الاعادة.

في هذه الحالة نحصل على صيغة مختزلة لمقدر تباين المجموع:

$$\hat{V}\left(\hat{T}\right) = \frac{1}{m(m-1)} \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\widehat{T}_i}{P_i} - \hat{T}\right)^2$$

مع :

P_i هو احتمال سحب الوحدة الأولية i في المرحلة الأولى للعينة.