# العينة المتناسبة مع الحجم

في بعض الحالات، تستدعي الضرورة اعطاء وحدات المجتمع احتمالات غير متساوية للانتماء للعينة. تسمى هذه الطريقة بالعينة المتناسبة مع الحجم والتي تتجلى في اعتماد منهجية لسحب مفردات المجتمع بحيث يكون احتمال انتماء كل مفردة للعينة متناسبا مع حجمها من حيث الصفة المدروسة.

تستخدم هذه الطريقة على الخصوص في البحوث الاحصائية لدى:

- المقاولات أو المنشآت الاقتصادية باحتمالات متناسبة مع حجمها من حيث بعض الخصائص المميزة لها ( رقم المعاملات، عدد العمال، حجم الاستثمارات، الخ.).
- المستغلات الفلاحية (المساحة، عدد رؤوس الماشية، الخ.).
- الوحدات الجغرافية (عدد السكان، عدد المساكن، الخ.).

كما تستخدم غالبا طريقة المعاينة المتناسبة مع الحجم في سحب الوحدات الأولية في المستوى الأول من المعاينة المتعددة المراحل.

ترتكز طريقة سحب وحدات العينة في اطار المعاينة المتناسبة مع الحجم غالبا على أسلوب المجموع التراكمي. ويتم تطبيق هذه الطريقة وفق المنهجية التالية:

- في العمود الأول، نرقم وحدات المجتمع بشكل تسلسلي من 1 الى N.
- نضع في العمود الموالي حجم كل وحدة من وحدات المجتمع (عدد الأسر، عدد المساكن، مجموع الشغيلة، الخ.).
- نضع في العمود الثالث المجموع التراكمي لأحجام وحدات المعاينة بشكل تصاعدي.
- نختار الوحدات بشكل عشوائي في العمود الخاص بالمجموع التراكمي.

## الحالة الأولى: السحب مع الإرجاع

لدينا مجتمع متكون من $N$ وحدة.

نريد سحب عينة حجمها $n$ وحدة.

طريقة السحب هي طريقة السحب العشوائي الغير متساوي الاحتمالات. بحيث تسحب الوحدات باحتمال متناسب مع حجمها.

$P_i$ هو احتمال سحب الوحدة   في كل عملية سحب. بحيث:

$$P_i = \frac{X_i}{X}$$

$$X = \sum_{i=1}^{N} X_i$$

$$\sum_{i=1}^{N} P_i = 1$$

**تقديرالمعلمات**

## المجموع

مقدر المجموع هو:

$$\hat{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{P_i}$$

بحيث $_i$ هي قيمة المتغير y بالنسبة للوحدة المسحوبة في عملية السحب رقم i واحتمال سحبها في كل عملية سحب هو $P_i$.

ويعتبر هذا المقدر غير متحيز.

التباين:

$$V(\hat{T}) = \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{N} P_i\left(\frac{y_i}{p_i} - \left(\sum_{i=1}^{N} y_i\right)\right)^2\right]$$

$$V(\hat{T}) = \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i^2}{P_i} - T^2\right]$$

تقدير التباين:

$$\hat{V}(\hat{T}) = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i}{P_i} - \hat{T}\right)^2$$

## المتوسط

مقدر المتوسط هو:

$$\hat{\bar{Y}} = \frac{1}{nN}\sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{P_i}$$

ويعتبر هذا المقدر غير متحيز.

التباين:

$$V\left(\hat{\bar{Y}}\right) = \frac{1}{nN^2}\left[\sum_{i=1}^{n}\frac{y_i^2}{P_i} - T^2\right]$$

تقدير التباين:

$$\hat{V}\left(\hat{\hat{Y}}\right) = \frac{1}{n(n-1)N^2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i}{P_i} - \hat{T}\right)^2$$

حيث:

$$\hat{T} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{P_i}$$

## الحالة الثانية: السحب باحتمال غير متساوي و بدون اعادة

لا يمكن اعتماد الأسلوب الذي طبق في الحالة الأولى الخاصة بالسحب مع الاعادة، لأنه في حالة السحب بدون اعادة تتغير ظروف السحب بعد كل عملية سحب حيث تتغير احتمالات السحب من عملية سحب لأخرى.

في هذه الحالة نستخدم طريقة هورفيتس طومبسون (Horvitz Thompson) التي تعتمد على:

- $\pi_i$: احتمال انتماء الوحدة $i$ للعينة.
- $\pi_{ij}$: احتمال انتماء الوحدة $i$ و الوحدة $j$ للعينة.

$$\sum_{i=1}^{N} \pi_i = n$$

المقدر الغير متحيز للمجموع والذي يسمى مقدر (Horvitz Thompson) هو:

$$\hat{T} = \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{\pi_i}$$

تباين المجموع هو:

$$V(\hat{T}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1\ i\neq j}^{N} (\pi_i \pi_j - \pi_{ij}) \left( \frac{y_i}{\pi_i} - \frac{y_j}{\pi_j} \right)^2$$

تقدير تباين المجموع هو:

$$\hat{V}(\hat{T}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left( \frac{\pi_i \pi_j - \pi_{ij}}{\pi_{ij}} \right) \left( \frac{y_i}{\pi_i} - \frac{y_j}{\pi_j} \right)^2$$